

---

# **Evaluation des Hamburger SINUS-Projekts von 2001-2003**

Ergebnisse der Untersuchung der beteiligten  
Lehrerinnen und Lehrer aus den Jahrgangsstufen 7-9

---

**Projektleitung:**

**Prof. Dr. Gabriele Kaiser**

**Verantwortliche Mitarbeiterinnen:**

**Magdalena Kornella  
Natalie Ross**

**Dezember 2005**

# Inhaltsverzeichnis

| Inhalt                                                                          | Seite     |
|---------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1. EINLEITUNG</b>                                                            | <b>1</b>  |
|                                                                                 |           |
| <b>2. THEORETISCHER RAHMEN DER STUDIE</b>                                       | <b>3</b>  |
| 2.1. DIE DISKUSSION UM MATHEMATICAL BELIEFS                                     | 3         |
| 2.2. WIRKUNGEN VON BELIEFS                                                      | 5         |
| 2.3. VERÄNDERUNG VON BELIEFS                                                    | 7         |
| 2.4. KATEGORISIERUNG DER UNTERSUCHTEN MATHEMATICAL BELIEFS                      | 13        |
|                                                                                 |           |
| <b>3. METHODISCHES VORGEHEN</b>                                                 | <b>18</b> |
|                                                                                 |           |
| <b>4. ERGEBNISSE DER SCHRIFTLICHEN BEFRAGUNG ALLER BETEILIGTER LEHRPERSONEN</b> | <b>22</b> |
| 4.1. ERGEBNISSE DER EINGANGSERHEBUNG                                            | 22        |
| 4.2. ERGEBNISSE DER ZWEITEN BEFRAGUNG                                           | 22        |
| 4.3. VERGLEICH DER ERGEBNISSE DER BEIDEN BEFRAGUNGEN                            | 23        |
|                                                                                 |           |
| <b>5. ERGEBNISSE DER TIEFENUNTERSUCHUNG – EINGANGS-BEFRAGUNG</b>                | <b>29</b> |
| 5.1. INTERVIEW MIT HERRN A                                                      | 30        |
| 5.1.1. Konzeptionen von Aufgaben                                                | 30        |
| 5.1.2. Konzeptionen von Mathematikunterricht                                    | 33        |
| 5.2. INTERVIEW MIT HERRN B                                                      | 35        |
| 5.2.1. Konzeptionen von Aufgaben                                                | 35        |
| 5.2.2. Konzeptionen von Mathematikunterricht                                    | 39        |
| 5.3. INTERVIEW MIT HERRN C                                                      | 42        |
| 5.3.1. Konzeptionen von Aufgaben                                                | 42        |
| 5.3.2. Konzeptionen von Mathematikunterricht                                    | 44        |
| 5.4. INTERVIEW MIT FRAU D                                                       | 48        |
| 5.4.1. Konzeptionen von Aufgaben                                                | 48        |
| 5.4.2. Konzeptionen von Mathematikunterricht                                    | 51        |

|                                                                      |            |
|----------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>5.5. ZUSAMMENFASSUNG</b>                                          | <b>53</b>  |
|                                                                      |            |
| <b>6. ERGEBNISSE DER TIEFENUNTERSUCHUNG - ENDBEFragung</b>           | <b>62</b>  |
| <b>6.1. EINZELFALLANALYSE - FRAU A</b>                               | <b>62</b>  |
| 6.1.1. Beliefs über das Wesen der Mathematik                         | 62         |
| 6.1.2. Beliefs über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht         | 63         |
| 6.1.3. Innovationsbereitschaft                                       | 63         |
| 6.1.4. Beliefs über Realitätsbezüge im Mathematikunterricht          | 64         |
| 6.1.5. Konfrontation mit realitätsbezogener Aufgabe                  | 68         |
| <b>6.2. EINZELFALLANALYSE – FRAU B</b>                               | <b>70</b>  |
| 6.2.1. Beliefs über das Wesen der Mathematik                         | 70         |
| 6.2.2. Beliefs über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht         | 71         |
| 6.2.3. Innovationsbereitschaft                                       | 72         |
| 6.2.4. Beliefs über Realitätsbezüge im Mathematikunterricht          | 72         |
| 6.2.5. Konfrontation mit realitätsbezogener Aufgabe                  | 76         |
| <b>6.3. EINZELFALLANALYSE - HERR C</b>                               | <b>78</b>  |
| 6.3.1. Beliefs über das Wesen der Mathematik                         | 78         |
| 6.3.2. Beliefs über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht         | 79         |
| 6.3.3. Innovationsbereitschaft                                       | 80         |
| 6.3.4. Beliefs über Realitätsbezüge im Mathematikunterricht          | 80         |
| 6.3.5. Konfrontation mit realitätsbezogener Aufgabe                  | 84         |
| <b>6.4. EINZELFALLANALYSE - HERR D</b>                               | <b>86</b>  |
| 6.4.1. Beliefs über das Wesen der Mathematik                         | 86         |
| 6.4.2. Beliefs über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht         | 86         |
| 6.4.3. Innovationsbereitschaft                                       | 87         |
| 6.4.4. Beliefs über Realitätsbezüge im Mathematikunterricht          | 88         |
| 6.4.5. Konfrontation mit realitätsbezogener Aufgabe                  | 92         |
| <b>6.5. FALLVERGLEICH UND ZUSAMMENFASSENDE ERGEBNISSE DER STUDIE</b> | <b>94</b>  |
| <b>6.6. SCHLUSSFOLGERUNGEN</b>                                       | <b>111</b> |
|                                                                      |            |
| <b>Literaturverzeichnis</b>                                          | <b>117</b> |
|                                                                      |            |

|                                                                                                    |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>ANHANG</b>                                                                                      | 120 |
| <b>Anhang 1:</b> Fragebogen zur Mathematik und zum Mathematikunterricht – Anfangsbefragung         | 121 |
| <b>Anhang 2:</b> Kodes zu Lehrerkonzeptionen vom Wesen der Mathematik                              | 126 |
| <b>Anhang 3:</b> Kodes zu Lehrerkonzeptionen für Bedeutungsbereiche und -funktionen von Mathematik | 128 |
| <b>Anhang 4:</b> Kodes zu Lehrerkonzeptionen vom Wesen der Mathematik im Mathematikunterricht      | 129 |
| <b>Anhang 5:</b> Kodes zu Lehrerkonzeptionen von Zielen im Mathematikunterricht                    | 130 |
| <b>Anhang 6:</b> Leitfaden für die Eingangsinterviews                                              | 131 |
| <b>Anhang 7:</b> Fragebogen zur Mathematik und zum Mathematikunterricht – Endbefragung             | 133 |
| <b>Anhang 8:</b> Tabelle mit den Veränderungen in Absolutzahlen                                    | 139 |
| <b>Anhang 9:</b> Interviewleitfaden für die Endinterviews                                          | 142 |

---

## 1. EINLEITUNG

Die Evaluation des Hamburger SINUS-Projekts umfasste mehrere Komponenten: So wurde in der auf die Schülerinnen und Schüler und Schüler bezogenen Komponente untersucht, inwieweit sich bei ihnen durch die im Zuge des Modellversuchsprogramms veränderte Unterrichtspraxis die Einstellung und Haltung zum Mathematikunterricht sowie das Bild von Mathematik verändert hat. Weiter wurde auf Seiten der Schülerinnen und Schüler und Schüler untersucht, inwieweit die veränderte Unterrichtspraxis zur Entwicklung einer mathematischen Grundbildung, wie sie in der PISA-Studie als mathematical literacy definiert wurde, geführt hat. Für Ergebnisse dieser Komponente verweisen wir auf den bereits vorliegenden Abschlußbericht von Kaiser, Rath, Willander (2005).

In einer weiteren Komponente zur Einstellung der beteiligten Lehrpersonen zur Mathematik und zu ihren Auffassung von ihrer Unterrichtspraxis wurde untersucht, inwieweit sich auf Seiten der beteiligten Lehrerinnen und Lehrer durch die Impulse des Modellversuchsprogramms Veränderungen in den Einstellungen und Haltungen zur Mathematik sowie in den mit dem Mathematikunterricht assoziierten Werten und Zielen ergeben haben. Darüber hinaus sollten auch mögliche Veränderungen der Unterrichtspraxis bei den beteiligten Lehrerinnen und Lehrern erhoben werden.

Geplant war, alle am Modellversuch im Jahr 2001 in Jahrgang 7 und 8 beteiligte Lehrerinnen und Lehrern zu ihrem Bild von Mathematik, ihren subjektiven Theorien von mathematischen Lehr-Lern-Prozessen und ggf. durch SINUS bereits hervorgerufene Veränderungen zu befragen. Veränderungen bzgl. dieser Dimensionen sollten durch Wiederholung der Untersuchung nach zwei Jahren identifiziert werden. Methodisch sollten in einem ersten Schritt alle beteiligten Lehrpersonen schriftlich befragt werden (Fragebögen mit offenen Fragen). In einem zweiten Schritt sollten zur Vertiefung der Fragestellung qualitativ orientierte halbstandardisierte Interviews durchgeführt werden, die aus Kapazitätsgründen nur mit einigen Lehrpersonen durchgeführt werden sollten. Im Folgenden werden die Ergebnisse dieser Studie dargestellt. Dabei wird zunächst – knapp gehalten – der theoretische Hintergrund des Ansatzes über mathematische Beliefs dargestellt, dann die Ergebnisse der schriftlichen Befragung mit allen beteiligten Lehrpersonen, sowohl Anfangs- und Endbefragung und dann die Ergebnisse der Tiefenuntersuchung unterteilt in Ergebnisse der

---

Eingangsbefragung und Ergebnisse der Endbefragung, wobei letztere auf die Möglichkeiten der Veränderung mathematischer Beliefs fokussieren.

Im Detail verfolgt die Studie folgende Fragestellungen:

- (I) Lassen sich bei Lehrerinnen und Lehrern verschiedene Einstellungen bzw. genauer Beliefs zum Mathematikunterricht bzw. zu Mathematikaufgaben unterscheiden?
- (II) Wenn ja, welche unterschiedlichen Einstellungen bzw. Beliefs über Mathematikunterricht und Mathematikaufgaben lassen sich bei den Lehrenden rekonstruieren im Hinblick auf Mathematik, auf die verwendeten Lehr-Lern-Formen sowie auf methodische Aspekte von Aufgaben?
- (III) In wie weit korrespondieren die Einstellungen bzw. Beliefs über Aufgaben mit denen über Mathematikunterricht?
- (IV) Welche Bedingungen sind für die Veränderungen der Einstellungen bzw. Beliefs der Lehrerinnen und Lehrer förderlich bzw. hinderlich oder allgemeiner: welche Reaktionsmuster lassen sich bei Lehrerinnen und Lehrern bzgl. des Umgangs mit Innovation rekonstruieren?

---

## 2. THEORETISCHER RAHMEN DER STUDIE

### 2.1. DIE DISKUSSION UM MATHEMATICAL BELIEFS

Die Studie verortet sich in dem Bereich der Mathematical Belief Forschung, wozu es eine Fülle von empirischen Arbeiten, insbesondere aus dem US-amerikanischen Bereich, gibt. Beinahe genauso umfangreich ist die Anzahl der verschiedenen Ansätze (Pehkonen/Törner 1999, S.5). Deutlich wird dies an den Begriffen, die diesen Bereich umschreiben: Neben den Bezeichnungen mathematical beliefs finden sich aus der Sozialpsychologie stammende Begriffskonstruktionen wie „mathematische Weltanschauungen“ („*mathematical world views*“), „Belief System“<sup>1</sup>, „Einstellungen“ („*attitudes*“), „Selbstkonzepte“, „subjektives Wissen“, aus der Wissenssoziologie stammen Begriffe wie „soziale Repräsentationen“, „subjektive Theorien“, „Scripts“, „Weltbilder“ etc. Problematisch dabei ist nicht nur, dass es keinen Konsens über eine überschaubare Menge von Begriffen gibt, sondern dass die einzelnen Begriffe häufig unterschiedlich verwendet werden. Besonders eindrücklich wird dies in der Auflistung von Pehkonen/Furinghetti deutlich (vgl. Pehkonen/Furinghetti 2001, S.49). Konsens besteht in der wissenschaftlichen Community darüber, dass Vorstellungen durch kognitive, soziokulturelle und affektive Faktoren bestimmt sind. Unterschiedlicher Auffassung ist man sich allerdings darüber, inwiefern affektive, soziokulturelle und handlungsleitende Aspekte ‚konstitutiv‘ für den jeweiligen Arbeitsbegriff sind.

Von zentraler Bedeutung sind die Arbeiten, die um Törner mit der Gruppe „*Mathematical Views on Beliefs and Mathematical Education*“ (MAVI) entstanden sind<sup>2</sup>. Wir beziehen uns in dieser Studie auf diese Ansätze und verwenden den Begriff der Mathematical Beliefs in dem oben skizzierten multiperspektivischem Sinne: Wir unterscheiden in Anlehnung an Grigutsch (1996, S. 6f) affektive, kognitive und konnotative Komponenten. Unter der kognitiven Komponente verstehen wir Vorstellungen des Einzelnen über das betreffende Objekt, die affektive Komponente der Einstellung betrifft eine allgemeine, nicht näher ausdifferenzierte emotionale Beziehung oder Bindung an das Objekt. Unter der Verhaltenskomponente (konnotative Komponente) der Einstellung wird eine Handlungs-Bereitschaft verstanden, die das

---

<sup>1</sup> Dieser Begriff wird auch im Deutschen in der englischen Bezeichnung gebracht.

<sup>2</sup> auf die sich u.a. auch die TIMS-Studie bei der Population III bezieht.

---

soziale Objekt regelmäßig hervorruft (ebd.). Ein „mathematical belief system“ ist für uns in Anlehnung an Grigutsch eine Zusammenfassung von einzelnen Einstellungen, die Verbindungen zwischen den einzelnen Einstellungen aufweist (Grigutsch 1996, S.17f.). Wir verzichten hier auf weitere allgemeine Details der umfangreichen Diskussion zu Beliefs und verweisen auf die einschlägige Forschungsliteratur (siehe u.a. Törner 2005). Wir kommen nun zu den für die Studie nötigen Details der Diskussion zu Mathematical Beliefs.

Analog zum Einstellungsbegriff in der Sozialpsychologie sind Beliefs immer auf ein Objekt bezogen. In der Mathematikdidaktik können zum Beispiel „die Nützlichkeit von Mathematik, die Anwendbarkeit der Mathematik [...] die Rolle von Definitionen oder Beweisen“ als Objekte von Beliefs fungieren (Törner 2002, S.108). Die affektive Komponente der Beliefs führt zu einer Bewertung der Objekte (vgl. ebd., S.113).

Beliefs kommen nicht einzeln vor, sondern treten in Clustern auf (vgl. Pehkonen 1999, S.110). Ähnlich wie man in der Sozialpsychologie von Einstellungssystemen spricht, wird die Menge einzelner Beliefs, die in einer relevanten Beziehung zueinander stehen, als Beliefssystem definiert:

„An individual’ s beliefs are usually in connection with each other. Some beliefs depend on the other, for the individual, more important beliefs. Thus, they form different belief systems which might be in connection with other belief systems. The notion of belief system is a metaphor used for describing how one’s beliefs are organised” (Pehkonen 1994, S.180).

Pajares verweist darauf, dass das Beliefssystem nicht auf einer logischen Struktur basiert: "Belief systems are also unbounded in that their relevance to reality defies logic“ (Pajares 1992, S.311).

Beliefs werden durch drei Merkmale charakterisiert: das „Sich - Bewusstsein“ über die eigenen Beliefs, die „Gewissheit“ einer Person über ihre Beliefs, und der „Aktivierungsgrad“ der Beliefs (vgl. Törner 2002, S.112f.). Das „Sich – Bewusstsein“ über die Beliefs macht eine Aussage darüber, in welchem Maß die jeweiligen Beliefs einer Person bewusst sind (vgl. ebd., S.113). „Beliefs can be held with varying degrees of conviction“ (Pehkonen 1994, S.183). Der „Aktivitätsgrad“ der Beliefs besagt, in welchem Grad die jeweiligen Beliefs kontextabhängig aktiviert werden (Törner 2002 S.112f.).

---

## 2.2. WIRKUNGEN VON BELIEFS

Die Fragestellung der Auswirkungen von Beliefs fand in der Fachdidaktik bislang nur wenig Beachtung (vgl. Törner 2002, S.107).

Analog zum Ansatz der Wirkung von Einstellungen in der Sozialpsychologie tragen Beliefs zu einer selektiven Behaltensleistung bei. Beliefs „are thought to play an influential role in teacher judgements about what knowledge to retain in memory, permitting individuals to discriminate and store information they consider most useful” (Ennis, Cothran, Loftus 1997, S. 73).

Beliefs fungieren als ein Filter, durch welchen neue Phänomene interpretiert werden (vgl. Pajares 1992: S.325). Pajares hebt die weitreichenden Konsequenzen der Filterfunktion hervor: “Thought processes may well be precursors to and creators of beliefs, but the filtering effect of belief structures ultimately screens, redefines, distorts, or reshapes subsequent thinking and information processing” (Pajares 1992, S.325).

Die Wirkung von Beliefs beeinflusst die Durchführung von Innovationen im Bildungswesen gravierend:

“Value orientations<sup>3</sup> have been described by curriculum developers as critical components of educational belief systems that guide teachers’ pedagogical decisions. Teachers appear to be motivated to continue to learn and remember content and teaching skills that are most consistent with their beliefs about children and learning, while they tend to ignore or disavow information inconsistent with their beliefs” (Ennis, Cothran, Loftus 1997, S. 73).

Furinghetti und Pehkonen verweisen darauf, dass Beliefs als Filter von Leitlinien innovativer Konzepte dienen (vgl. Furinghetti, Pehkonen 1999, S.26).

Die Rolle von Beliefs „als relevante Einflussfaktoren im Prozess des Lehrens und Lernens von Mathematik ist in zahlreichen empirischen Untersuchungen nachgewiesen worden“ (Berger 2000, S.101). Pajares hebt hervor, dass Beliefs das Handeln im Unterricht gravierend beeinflussen (vgl. Pajares 1992: S.326): “Researchers [...] findings suggest a strong relationship between teachers’ educational beliefs and their planning, instructional decisions, and classroom practices“ (ebd., S.326).

---

<sup>3</sup> Value orientations können im Sinn von Belief gedeutet werden.

Die Relevanz von Beliefs für die Mathematikdidaktik liegt in ihrer „Schlüsselrolle“, wenn man „das mathematische Verhalten im Klassenzimmer verstehen“ will (Pehkonen 1993, S.303).

Pehkonen weist den Beliefs eine zentrale Rolle als „background factor“ für das Verhalten zu (siehe Abb.1). Durch ihre Filterfunktion modifizieren die Beliefs das mathematische und pädagogische Wissen stark und steuern somit das Verhalten im Unterricht. Die Vorerfahrungen im Lehren und Lernen von Mathematik, die einen hohen Einfluss auf das Verhalten ausüben, agieren auf der Ebene der Beliefs. Die Motivation und die Bedürfnisse der Mathematiklehrenden sind dagegen nicht nur mit deren Beliefs verbunden. Zusätzlich wirken die äußeren Strukturen, wie der Lehrplan oder die Stundenzahl, und die „gesellschaftlichen mathematischen Mythen“ (Pehkonen 1993, S.305) durch die Beliefs auf das Verhalten des Lehrenden im Mathematikunterricht (Pehkonen 1994: S. 187).

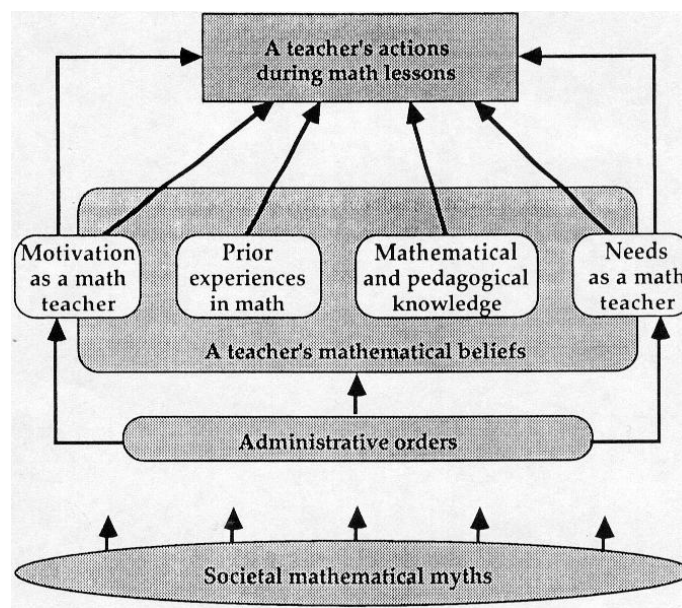


Abb. 1 Einflussfaktoren auf das Verhalten des Lehrenden  
(Pehkonen 1994, S.187)

Pehkonen weist darauf hin, dass die Darstellung in Abb. 1 eine Vereinfachung des komplexen Netzes der Einflussfaktoren, die auf das Verhalten eines Lehrenden wirken, wiedergebe (vgl. Pehkonen 1994, S.188).

---

### 2.3. VERÄNDERUNG VON BELIEFS

Zur Problematik der Veränderung von Beliefs existieren nur wenige Studien (vgl. Törner 2002, S.117). Die Frage, ob es überhaupt möglich ist, Beliefs zu verändern, ist bislang nicht schlüssig beantwortet (vgl. Pehkonen 1994, S.192). In der mathematikdidaktischen Literatur wird auf die Problematik der Veränderung von Beliefs, die auf Grund von langjährigen Erfahrungen im Mathematikunterricht von den Lehrenden gebildet wurden, hingewiesen (vgl. Kupari 1996, S.25). Je früher Beliefs in das Beliefssystem eingegliedert worden sind, desto resistenter sind sie gegenüber einer Veränderung (vgl. Pajares 1992, S.325). Aus diesem Grund wird die Veränderung von Beliefs im Erwachsenenalter als problematisch gesehen:

„Belief change during adulthood is a relatively rare phenomenon [...] Individuals tend to hold on to beliefs based on incorrect or incomplete knowledge, even after scientifically correct explanations are presented to them” (ebd., S.325).

Pehkonen hebt hervor, dass die Änderung von Beliefs nicht als ein Produkt, sondern vielmehr als ein Prozess aufgefasst werden muss (vgl. Pehkonen 1994, S.193).

#### **“Deep” und “surface” Beliefs**

Pajares verweist auf die unterschiedliche Veränderungsresistenz von Beliefs: „By their nature and origin, some beliefs are more incontrovertible than others (Pajares 1992, S.325). In diesem Zusammenhang unterscheidet Pehkonen bei der Veränderung von Beliefs zwischen „surface“ Beliefs und „deep“ Beliefs. Unter „surface“ Beliefs versteht er periphere Beliefs, die im Beliefssystem keine starke Verankerung besitzen. „Deep“ Beliefs bilden dagegen zentrale Knotenpunkte im Beliefssystem und sind resistenter gegenüber Veränderungen als die „surface“ Beliefs (vgl. Pehkonen, 1994, S.16): “Mathematics teachers seemed to have some strong >core beliefs< [Kaplan] in which they absolutely persisted” (Kupari, 1996, S.30). Wird ein Veränderungsprozess im Beliefssystem eingeleitet, so werden die weniger resistenten „surface“ Beliefs verändert, während die „deep“ Beliefs, die das Verhalten des Lehrenden im Mathematikunterricht steuern, weiterhin bestehen bleiben (vgl. Pehkonen 1994, S.192):

„When aiming at change also in a teacher’ s practices, one should get into the deep level of teachers’ beliefs [...] about mathematics and its teaching

---

and learning, and not to be satisfied with surface changes in beliefs” (ebd., S.16).

### **Bedingungen für eine Veränderung von Beliefs**

Pehkonen hebt vier Bedingungen hervor, die für eine Veränderung von Beliefs notwendig seien (vgl. Pehkonen 1994: S.193). Eine Veranschaulichung der Bedingungen bietet die Abbildung 2.

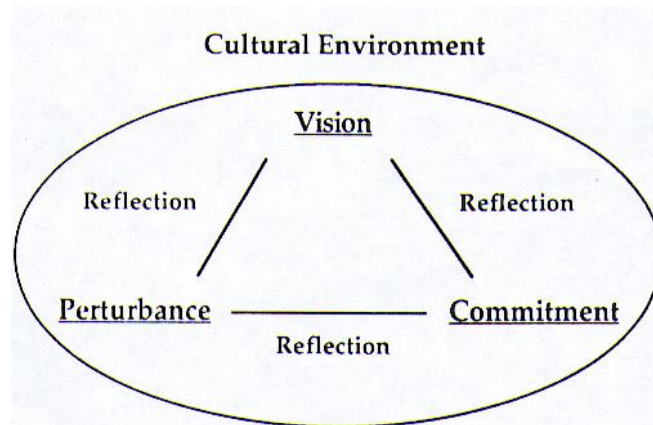


Abb. 2 Bedingungen für eine Veränderung von Beliefs  
(Pehkonen 1994, S.193)

Auf die Veränderung von Beliefs wirkende äußere Faktoren, wie der zeitliche und finanzielle Rahmen, die Unterstützung durch das Umfeld, die Bräuche und Tabus, sowie die „common“ Beliefs werden als das „cultural environment“ zusammengefasst. Die Schaffung eines angemessenen „cultural environment“ wird als ein wesentlicher Einflussfaktor auf den Veränderungsprozess betrachtet (vgl. Pehkonen 1994, S.193).

Um einen Veränderungsprozess zu initiieren, müssen die Lehrerinnen und Lehrer in ihrer Denkweise und ihren Handlungsmustern erschüttert werden. Als Ursachen einer Erschütterung werden unter anderem Lehrerfortbildungen, Bücher und die „self-reflection“ in Betracht gezogen (vgl. ebd., S.193f.).

Die dritte notwendige Bedingung besteht in der Bereitschaft des Lehrenden, sich auf die Erschütterung einzulassen und die Veränderungen in seinen Beliefs als Folge der Erschütterung zu sehen (vgl. ebd., S.194).

Um einen Erfolg im Veränderungsprozess zu erzielen, müssen die Lehrerinnen und Lehrer eine Vorstellung davon haben, wie sie sich das Lehren und Lernen von Mathematik wünschen. In diesem Zusammenhang weist Pehkonen darauf hin, dass die

---

Lehrenden aktiv in die Entwicklung der Innovation einbezogen werden sollten (vgl. ebd., S.18).

Um die drei Bedingungen, „perturbance“, „commitment“ und „vision“, zu erfüllen, wird auf die Reflektion als Hilfsmittel zurückgegriffen: „Self-reflection seems to be a powerful method for change on the deep level“ (Pehkonen 1994, S.202). Die Reflektion hat nicht nur die Konkretisierung von Beliefs zur Folge, sondern unterstützt den Lehrenden in dem Erkennen von inneren Widersprüchen innerhalb seines Beliefssystems. Die Aufdeckung der Widersprüche fordert beim Lehrenden eine Auflösung des inneren Konfliktes, welches einen Veränderungsprozess im Beliefssystem initiieren kann (vgl. Törner 2002, S.118).

### **Allgemeiner Ansatz für die Veränderung von Beliefs**

Die Grundannahme der meisten Ansätze zur Veränderung von Beliefs besteht in dem „Bewusstmachen von Beliefs“ (Ernest 1989 zit.n. Törner 2002, S.117): „Another way to change beliefs about mathematics may to develop student’s awareness of their own, and others’, mathematical beliefs“ (Frank 1990 zit.n.Törner 2002, S.117).

Kupari hebt in den Ergebnissen seiner Untersuchung hervor, dass das Aufdecken von Beliefs und die Bereitstellung von neuen Beliefs, die die ursprünglichen ersetzen können, nachweislich einen Veränderungsprozess bei Lehrerinnen und Lehrern initiieren (vgl. Kupari 1996: S.26):

“[...] the results revealed a real need for teachers’ pre- and in-service training, where teachers could become aware of their own beliefs of mathematics learning and teaching. Simultaneously, teachers must also be helped to construct new beliefs which could replace the (old) rejected beliefs” (ebd., S.30).

Kupari weist darauf hin, dass die Veränderung von Beliefs ein langjähriger und anspruchsvoller Prozess sei (vgl. ebd., S.30).

Bei Fragen der Veränderung von Beliefs kann auch auf Untersuchungen zur Veränderung von Einstellungen zurückgegriffen werden, da es sich dabei um verwandte, aus der Sozialpsychologie stammende Konzepte handelt.

---

Zunächst ist festzustellen, dass es auch hier eine „unüberschaubare Zahl von Definitionsversuchen“ (Tanner 1993: S.260) gibt. Die bekannteste Definition des Begriffs Einstellung stammt von Allport (vgl. ebd., S.262):

„Eine Einstellung ist ein seelisch-geistiger und neurologischer Bereitschaftszustand, der – durch die Erfahrung strukturiert – auf die Reaktion des Individuums gegenüber Objekten und Situationen, mit denen es in Zusammenhang steht, einen steuernden oder dynamischen Einfluss hat“ (zit.n.Tanner 1993: S.262).

In der sozialwissenschaftlichen Forschung existiert eine Vielfalt an theoretischen Konzepten, die die Veränderung von Einstellungen zu erklären versuchen (vgl. Tanner 1993: S.300ff.). Eine der bekanntesten Einstellungstheorien in der Sozialpsychologie ist die Dissonanztheorie von Festinger (vgl. Bierhoff 2002, S.39). Ihre hohe Bedeutung lässt sich unter anderem in der Vorhersage von Einstellungsänderungen, der Selektivität der Informationsaufnahme (ebd., S.62) und der Verhaltensvorhersage nachweisen. Im Rahmen der folgenden Studie konzentrieren wir uns auf den Ansatz des Dissonanzmodells, da er uns schlüssige, Erklärungshypothesen für das beobachtete Lehrer- und Lehrerinnen-Verhalten liefert.

Die Grundbegriffe der Dissonanztheorie sind sehr allgemein definiert. Die Elemente sind „Kognitionen“, unter denen Einstellungen, Wissen, Meinungen und Überzeugungen verstanden werden (vgl. Tanner 1993: S.307). Die Theorie stellt eine enge Beziehung zwischen „Kognitionen“ und Verhalten her. Somit spricht man im Fall der Dissonanztheorie von kognitiv fundierten Einstellungen. Die Relationen der Dissonanztheorie sind die des Widerspruchs und der Verträglichkeit (vgl. Frey, Irle 1993, S.276).

Die Grundannahme der Dissonanztheorie besteht darin, dass Personen ein Gleichgewicht ihres Einstellungssystems anstreben. Das Einstellungssystem wird als die Gesamtheit der einzelnen Einstellungen, die paarweise durch eine Relevanzbeziehung verbunden sind, definiert. Sind zwei Einstellungen im Einstellungssystem unabhängig voneinander, so besteht zwischen ihnen eine irrelevante Beziehung. Man spricht von einer relevanten Relation zwischen zwei Einstellungen, wenn sie im Einstellungssystem zusammenhängen. Eine relevante Beziehung zwischen Einstellungen wird als konsonant bezeichnet, wenn die Einstellungen miteinander vereinbar sind. Stehen die

---

Einstellungen jedoch im Widerspruch<sup>4</sup> zueinander, besteht zwischen ihnen eine dissonante Beziehung. Die dissonante Relation führt zu einem psychischen Unbehagen, das als Dissonanz definiert wird (vgl. ebd., S.276).

Weil der Mensch nicht gleichzeitig alle Reize, die auf seine Sinnesorgane wirken, wahrnehmen kann, benötigt er einen Mechanismus, der es ihm ermöglicht, diese zu selektieren. Die Einstellungen werden als ein wichtiger Selektionsfaktor bei der Wahrnehmung von Reizen gesehen.

Eine unter den Sozialpsychologen weit verbreitete Ansicht ist, dass die Wahrscheinlichkeit der Wahrnehmung eines Reizes von seiner Bewertung abhängt. Je positiver die Bewertung eines Reizes, desto eher wird dieser wahrgenommen. Negative Reize werden seltener wahrgenommen und sogar vermieden. Umfangreiche Untersuchungen zeigen jedoch, dass die Bevorzugung positiv bewerteter Reize deutlicher ist als die Vermeidung negativ bewerteter Reize (vgl. Herkner 2001: S.205).

Auch bei der Informationsaufnahme gelten Einstellungen als ein Selektionsfaktor. Der Einzelne sucht diejenige Information, die mit seinen Einstellungen verträglich ist und diese unterstützt. Eine Information, die im Widerspruch zu den eigenen Einstellungen steht, wird dagegen aktiv vermieden. Einen Ansatz zur Erklärung des Phänomens der selektiven Informationssuche und Informationsvermeidung bietet die Dissonanztheorie. Informationen, die Dissonanz erzeugen, werden vermieden, während Informationen, die Dissonanz reduzieren, gesucht werden. Es zeigt sich jedoch, dass die Bevorzugung konsonanter Informationen deutlicher ausfällt als die Vermeidung dissonanter Informationen (vgl. ebd., S.208f.).

Darüber hinaus tragen Einstellungen zu einer selektiven Behaltensleistung bei. Eine einstellungskonsonante Information wird nicht nur schneller als eine einstellungsdissonante Information gelernt, sondern auch länger behalten. Diese Hypothese kann jedoch nicht ohne Einschränkung akzeptiert werden. Neue Untersuchungen zeigen, dass unter bestimmten Umständen sowohl einstellungskonsonante als auch einstellungsdissonante Informationen besser als

---

<sup>4</sup> Zwei Einstellungen stehen im Widerspruch, wenn aus der einen Einstellung das Gegenteil der anderen folgt. Dabei kann die Schlussfolgerung unter anderem auf Logik, sozialen Normen oder persönlicher Erfahrung basieren.

---

neutrale Informationen gelernt werden. Dieser Befund wird dadurch erklärt, dass der Einzelne sich länger und intensiver mit dem einstellungsdissonanten Material auseinandersetzt, um dieses durch eine Neuinterpretation an die eigenen Einstellungen anzupassen (vgl. ebd., S.209ff.).

Einstellungen aktivieren bei einzelnen Situationen bestimmte Handlungsschemata, die in der Vergangenheit vom Individuum als optimal bewertet worden sind (vgl. Grigutsch, Raatz, Törner 1998, S.8). Sie fungieren als Schutz des Selbstwertgefühls, indem sie auf die eigene Person bezogene unangenehme Informationen abwerten oder ignorieren. Weil eine Person einstellungskonsonante Informationen bevorzugt äußert, dienen Einstellungen der Selbstdarstellung (vgl. ebd., S.9).

Die enge Verbindung (Konsistenz) zwischen Einstellung und Verhalten gilt als eine Kernfrage der Sozialpsychologie. Es gibt sowohl Untersuchungen die aufzeigen, dass es eine Konsistenz von Einstellung und Verhalten wie auch, dass eine Diskrepanz zwischen Einstellung und Verhalten besteht (vgl. Tanner 1993: S.319). Im Sinn der Unterscheidung zwischen kognitiv und affektiv fundierten Einstellungen beschreibt die klassische Konditionierung die Änderung affektiv und die Dissonanztheorie die Änderung kognitiv fundierter Einstellungen (vgl. Herkner: 2001: S.189). Wir konzentrieren uns im Folgenden auf kognitiv fundierte Einstellungen und dabei auf den Ansatz der Einstellungsänderung durch Abbau von Dissonanz. Dieser theoretische Ansatz basiert auf der Annahme, dass Einstellungsänderung durch Dissonanz erzeugt wird, mit der auf die in einer Mitteilung enthaltene Information reagiert wird. Wird eine Person mit einer Information, die im Widerspruch zu einer bereits existierenden Einstellung steht, konfrontiert, entsteht Dissonanz. Das Streben nach einem Gleichgewicht fordert die Auflösung der Dissonanz (vgl. Frey, Irle 1993, S.277).

Die Dissonanzreduktion kann auf unterschiedliche Weisen erfolgen:

- (1) Die Information wird so stark verändert, dass sie konsonant zu den bestehenden Einstellungen wird. Es findet eine Neuinterpretation der Information statt (vgl. Frey, Irle 1993, S.277).
- (2) Neue konsonante Einstellungen werden addiert, so dass der relative Anteil dissonanter Beziehungen und somit die Dissonanzstärke vermindert wird (vgl. ebd., S.277).

- 
- (3) Die Information wird eliminiert, indem sie ignoriert, vergessen oder verdrängt wird (vgl. ebd., S. 277).
  - (4) Es kommt zu einer Einstellungsänderung. Die bestehende Einstellung wird durch die zu ihr dissonante Einstellung ersetzt (vgl. ebd., S.277).
  - (5) Es kommt zu einer Marginalisierung „dissonanter“ Einstellungen, welche zur Folge hat, dass die Bedeutung der Information reduziert wird (vgl. Tanner 1993: S.308).

Die einzelnen Strategien zur Dissonanzreduktion schließen einander nicht aus, sondern können auch gleichzeitig zum Einsatz kommen. Die Person wählt diejenige Strategie zur Dissonanzreduktion, die den geringsten Aufwand erfordert.

Wie bereits einleitend zum Thema Dissonanztheorie betont wurde, sind die Einstellungen paarweise durch eine Relevanzbeziehung verbunden. Die Änderungsresistenz einer Einstellung wird dadurch bestimmt, wie stark ihre Bindung im Einstellungssystem ist. Eine Einstellung, die mit vielen anderen Einstellungen in einer konsonanten Relation steht, ist besonders schwer zu ändern, weil ihre Änderung zur Folge hätte, dass alle von ihr ausgehenden konsonanten Relationen in dissonante umgewandelt werden müssten. Relativ isolierte Einstellungen sind gegenüber Veränderungen weniger resistent (vgl. ebd., S.35).

## **2.4.KATEGORISIERUNG DER UNTERSUCHTEN MATHEMATICAL BELIEFS**

Im folgenden Kapitel werden Klassifikationssysteme von Mathematical Beliefs, wie sie in dem Ansatz der Gruppe um Törner verfolgt werden, dargestellt und die verwendeten Ansätze zur Kategorisierung von Beliefs über das Wesen der Mathematik und über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht entwickelt.

### **Beliefs zur Mathematik**

Grigutsch/Raatz/Törner fassen die unterschiedlichen Leitvorstellungen über Mathematik idealtypisch in dem Gegensatzpaar von Statik und Dynamik zusammen: In der von ihnen als **statische Sicht** bezeichneten Vorstellung wird Mathematik zum einen als ein System von rein begrifflichen Wissensbeständen verstanden. Zum anderen wird der statische Charakter in der Überzeugung deutlich, Mathematik sei „fertig interpretierte Theorie“ (Grigutsch/Raatz/Törner 1998, S.11). Dem steht die Auffassung gegenüber,

---

dass Mathematik eine Tätigkeit sei, über Probleme nachzudenken und Erkenntnisse zu gewinnen. Der Vorstellung von „fertiger Mathematik“ (ebd.) steht hier das **dynamische Prinzip** des Erfindens oder Nach-Erfindens von Mathematik gegenüber: Mathematik wird verstanden als Forschungs-, Erkenntnis- und Theoriebildungsprozess. Dabei sind die Übergänge fließend, da (aus statischer Perspektive) ein System aus einem Prozess hervorgegangen sein kann oder umgekehrt (aus dynamischer Perspektive) Systeme Ausgangs- oder Zielpunkt von Prozessen sind.

Dieses Gegensatzpaar differenzieren die Duisburger Forscher noch weiter aus: Sie unterscheiden zunächst drei Dimensionen, die statischen Dimensionen Schema- und Formalismus-Aspekt und die dynamische Prozess-Dimension. Da diese Begriffe für den weiteren Verlauf der Arbeit fundamental sind, werden entsprechende Items aus dem von Grigutsch/Raatz/Törner verwendeten Multiple-Choice-Fragebogen zur besseren Veranschaulichung aufgeführt.<sup>5</sup>

Der **„Schema-Aspekt“** wird identifiziert mit der Vorstellung, Mathematik sei eine additive Anhäufung von Wissensbeständen, namentlich Begriffen, Regeln, Formeln und Algorithmen. Sie wird verstanden als Werkzeugkasten und Formelpaket.

Konkret wird dies in der Äußerung „Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.“ (Item 24) oder „Mathematik besteht aus Lernen, Erinnern und Anwenden. (Item 44).

Der **„Formalismus-Aspekt“** zielt ab auf die Exaktheit mathematischen Denkens, Formulierens und Beweisens auf Basis eines abstrakten axiomatischen Systems. Mathematik bediene sich dabei der Methode formal-logischer Deduktion.

Als idealtypische Fragebogen-Items werden hier angeführt „Unabdingbar für die Mathematik ist ihre begriffliche Strenge, d.h. eine exakte und präzise mathematische Fachsprache“ (Item 32) oder „Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.“ (Item 26).

---

<sup>5</sup> Die Items entstammen Grigutsch/Raatz/Törner (1998: S.40-43.)

---

Der ‚**Prozess-Aspekt**‘ bezieht sich auf Mathematik als eine Tätigkeit über Probleme nachzudenken, dabei mathematische Zusammenhänge und Prinzipien (wieder) zu entdecken, und schließlich zu verallgemeinern mittels induktiver Methoden.

Beispielhaft für diese dynamische Dimension sind die Items „Für die Mathematik benötigt man vor allem Intuition sowie inhaltsbezogenes Denken und Argumentieren.“ (Item 41) oder „Mathematik verstehen wollen heißt Mathematik erschaffen wollen.“ (Item 49).

Grigutsch und Törner machen erst nachträglich in weiteren empirischen Erhebungen eine vierte Dimension<sup>6</sup> aus, den ‚Anwendungsaspekt‘, der in ihrem Sinne als Nutzen-Variable<sup>7</sup> fungiert. Sie ordnen an keiner Stelle den Anwendungsaspekt in die Gegenüberstellung von Dynamik und Statik mit ein,<sup>8</sup> dieser liegt scheinbar quer dazu. Das wird auch klar in den Frage-Items des von ihnen eingesetzten Multiple-Choice-Fragebogens: Hier sind auch Items zugelassen, die zwar nutzenorientiert, aber schlechterdings als dynamisch zu bezeichnen sind.<sup>9</sup> Deutlich wird, dass die beschriebene ‚Janusköpfigkeit‘ von Mathematik sich gleichermaßen in der Anwendungsdimension wiederfindet. Daher verstehen wir unter dem Aspekt Anwendung als etwas Dynamisches, und präzisieren ihn wie folgt:

---

<sup>6</sup> In einer Erhebung von Schülerinnen und Schüler-Einstellungen ergab sich eine fünfte Dimension, die rigide Schemaorientierung. Bezogen auf Mathematikunterricht versteckt sich dahinter eine Verschärfung der Vorstellung des Schema-Aspekts (damit ist sie klar dem statischen Bereich zuzuordnen): Mathematik wird verstanden als etwas, dass sich auf das kurzfristige Aneignen fertiger, oft unverständener Routinen für Klassenarbeiten beschränkt (Grigutsch 1996: S.101). In der Vorstellung der Lehrenden über Mathematik spielt dieser Aspekt keine Rolle, auch wenn sie unter Umständen einen Mathematik-Unterricht gestalten, der zu solchen Einstellungen bei Lernenden führt (Grigutsch 1996: S.200f.).

<sup>7</sup> Es gibt zwar keine explizite Definition, dies wird aber implizit deutlich an der diesen Aspekt strukturierenden Grundfrage: „Welchen Nutzen oder Anwendungsbezug hat die Mathematik – zum einen für den Alltag, zum anderen für den Beruf?“ (Grigutsch 1996: S.101).

<sup>8</sup> Dies wird beispielsweise in folgendem Zitat deutlich: „Hier geht es uns um Leitvorstellungen, etwa die Pole Prozess und System (System unterschieden nach Formalismus und schematische Orientierung) – sowie auf die Nutzeneinschätzung der Mathematik (Anwendung).“ (Grigutsch/Raatz/Törner 1998: S.12f.)

<sup>9</sup> Als Beispiel seien Items aus dem Schülerinnen und Schüler-Fragebogen gebracht: In Mathematik lernt man einige Fähigkeiten, die auch in der Wirklichkeit weiterhelfen (z.B. das konkrete Rechnen)“ (Item 60) oder „Es ist schon viel gewonnen, wenn der Mathematikunterricht das Wissen, das man in Anwendungen, im Beruf oder im Leben braucht, zügig vermittelt – alles andere darüber hinaus ist Zeitverschwendung.“ (Item 67)

---

Der **Anwendungs-Aspekt** hebt die hohe Relevanz der Mathematik für die Gesellschaft hervor und weist auf den praktischen Nutzen in außermathematischen Bereichen hin (ebd., S.17f.). [Itembeispiel: „Mathematik hilft, alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen“ (ebd., S.17).]

### **Beliefs zu Lern-Formen im Mathematikunterricht**

Die vorangegangene idealtypische Unterscheidung soll ebenfalls der Analyse der Lehr-Lern-Formen zugrunde gelegt werden – auch wenn es zunächst unnatürlich wirkt von ‚statischem‘ und ‚dynamischem‘ Lernen zu reden, weil Lernen schließlich immer durch Veränderungen gekennzeichnet ist. Die Unterscheidung statisch – dynamisch, die sich auch konsequenterweise nicht in der lerntheoretischen Fachliteratur findet, verwenden wir unter Rückgriff auf zentrale Aspekte aus der Lernpsychologie:

Zum einen wird unterschieden (aus der Perspektive des Lernenden) ob Lernen passiert

- durch Reaktion auf einen Stimulus, Aufbau eines Lern-Automatismus (Behaviorismus) (Zech 1998, S.141f.)
- durch Aneignen von Wissensbeständen (Krauthausen 1998, S.15)
- indem dem Lernenden der vollständige Inhalt dessen, was gelernt werden soll, in seiner fertigen Form vermittelt und von ihm nur gefordert wird, den Stoff so aufzunehmen, dass er ihn bei späterer Gelegenheit verfügbar hat und ihn reproduzieren kann (rezeptives oder reproduzierendes Lernen) (Zech 1998, S.159f.).

Dieses wird als ‚**statisches Lernen**‘ bezeichnet, weil Lernen keine Bewegung des Lernenden selbst erfordert: Wissen wird von außen und in einer bestimmten Form an ihn herangetragen, und dann in derselben Form wieder nach außen abgegeben.

Geschieht Lernen

- selbstgesteuert, durch subjektive Lernbereitschaft (aktives Lernen/Subjektivismus) (Krauthausen 1998, S.21ff)
- durch Aufbau von kognitiven Strukturen, anknüpfend an bereits vorhandene Sinn-Strukturen (sinnvolles Lernen) (Zech 1998, S.140f.)
- indem der Hauptinhalt dessen, was gelernt werden soll, nicht gegeben ist, sondern vom Schüler erst noch entdeckt werden muss, (entdeckendes Lernen) (Zech 1998)

---

dann wird dieses Lernen als ‚**dynamisches Lernen**‘ bezeichnet. Hier wird von dem Lernenden zum einen eingefordert, sich selbst zu dem Wissen zu stellen und zum anderen, die Wissensform eigenständig zu verändern.

Des Weiteren greifen wir auf Unterscheidungen bzgl. der Lehrerrolle zurück, d.h. die Unterscheidung nach **traditioneller versus erweiterter Lehrerrolle**:

Aus der Sicht der traditionellen Lehrerrolle erfüllt der Lehrende die Funktion des Lenkens, indem er die Zuständigkeit und Verantwortung „für die Planung einer Stunde oder Sequenz, für die Ziele und damit auch für den Erfolg des Unterfangens“ (Krauthausen 1998, S.13) übernimmt. Die Aufgabe des Lehrenden besteht in der Darbietung und Vermittlung der Inhalte durch wiederholte „sorgfältige Erklärungen“ (Krauthausen 1998, S.16). Dabei nimmt der Lehrer die Rolle des Experten ein (vgl. ebd., S.13ff.).

Die erweiterte Lehrerrolle wird dagegen dadurch charakterisiert, dass der Lehrende die Verantwortung für die Bereitstellung und Organisation von geeigneten Situationen, in denen die Schülerinnen und Schüler und Schüler schöpferisch und kreativ arbeiten können, trägt. Er bietet ihnen Gelegenheiten an, sich in einer Auseinandersetzung mit neuen Ideen

weiterzuentwickeln. Der Kommunikation zwischen den Lernenden wird ein hoher Stellenwert zugeschrieben. Die Lehrerrolle besteht darin, die Schülerinnen und Schüler und Schüler zum Erschaffen und Hinterfragen von Inhalten anzuregen. Der Lehrende tritt von der Position des alles wissenden Experten zurück. Seine neue Funktion besteht darin, sich auf die Lösungsvorschläge der Schülerinnen und Schüler und Schüler einzulassen (vgl. Krauthausen 1998, S.13 ff.).

Einem statischen Verständnis vom Lehren und Lernen liegen also die Lernarten „rezeptiv“, „mechanisch“ und „passiv“ zugrunde sowie die „traditionelle“ Lehrerrolle als weiteres Merkmal von statischen Beliefs über die Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht.

Dynamischen Beliefs über die Lehr-Lern-Formen liegen die Lernarten „Entdeckendes“, „sinnvolles“ und „aktives“ Lernen zugrunde, die „erweiterte“ Lehrerrolle bildet die dynamische Dimension des Lehrens und Lernens.

---

### 3. METHODISCHES VORGEHEN

Die Untersuchung ist qualitativ angelegt und verwendet Methoden der qualitativen empirischen Sozialforschung, da die Rekonstruktion von Beliefs und deren Veränderung im Zentrum des Forschungsinteresses stehen. Die vorliegende Studie ist zweigeteilt: Zunächst wurde eine schriftliche Befragung mit allen Lehrerinnen und Lehrern der SINUS-Schulen durchgeführt, die 2001 in Jahrgang 7 und 8 unterrichteten. Die schriftliche Befragung basierte auf einer Fragebogenerhebung mit einer Eingangserhebung und einer ein Jahr später durchgeführten zweiten Erhebung. An der im September 2001 stattgefundenen Eingangserhebung nahmen 41 Lehrerinnen und Lehrer teil. In der zweiten Erhebung wurden ebenfalls 41 Lehrende befragt. Die folgenden Ergebnisse beziehen sich jedoch nur auf diejenigen Lehrenden, die an beiden Erhebungen teilgenommen haben, so dass wir einen Stichprobenumfang von 29 Befragten haben.

Die Fragebögen wurden so konstruiert, dass sie sowohl offene als auch Multiple-Choice-Fragen enthielten. Um Veränderungen in den Beliefs erkennen zu können, wurden in beiden Erhebungen ähnliche Fragen gestellt<sup>10</sup>. Die beiden Fragebögen finden sich im Anhang (Anhang, Nr. 1 und 2.).

Bei der Auswertung orientierten wir uns an der bereits dargestellten Klassifikation von Grigutsch/Raatz/Törner. Dabei wurden die Antworten auf die offenen Fragen kodiert und anschließend kategorisiert. Die verwendeten Codes, die zum Teil theoretisch gewonnen, z.T. auch in in-vivo-Kodes sind, sind ebenfalls im Anhang abgedruckt (Anhang 3 und 4). Die Antwortmöglichkeiten der Multiple-Choice-Fragen wurden ebenfalls dem Kategoriensystem von Grigutsch/Raatz/Törner zugeordnet. Dieses Vorgehen ermöglichte es uns, bei jedem Lehrenden die Mathematical Beliefs zu rekonstruieren. Da in vielen Fällen eine eindeutige Zuordnung einer Kategorie zu einem Befragten nicht möglich war, wurde nach primären und sekundären Beliefs differenziert, die durch ihre unterschiedlich starke Ausprägung charakterisiert werden.

---

<sup>10</sup> Die Verwendung eines ähnlichen Fragebogens für die zweite Erhebung stieß auf großen Widerstand bei den Befragten. Dieser führte dazu, dass die Rücklaufquote im Vergleich zur Eingangserhebung geringer ausfiel. Einige Lehrende schickten einen unausgefüllten Fragebogen mit dem Kommentar, dass sich bei ihnen nichts verändert hätte, zurück.

---

Der Vergleich der zwei Fragebogenerhebungen gestattete, mögliche Veränderungen in den Beliefs der untersuchten Lehrerinnen und Lehrer festzustellen.

Der Vergleich der zwei Fragebogenerhebungen ermöglichte, Veränderungen in den Beliefs festzustellen. Insbesondere wurde untersucht, ob eine Veränderung von statischen zu dynamischen Beliefs bei den Lehrerinnen und Lehrern stattgefunden hat.

Des Weiteren wurden vertiefende Interviews durchgeführt, dabei erfolgte gemäß der Methode des theoretischen Sampling die Auswahl der Interviewpartner nach theoretischen Kriterien anhand der Ergebnisse der Befragungen.

Das Kriterium für die Auswahl konkreter Lehrender bestand in ihren Beliefs über das Wesen der Mathematik und die Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht. Die Ergebnisse der Fragebogenerhebung ermöglichten es eine Stichprobe auszuwählen, in der die Aspekte Formalismus, Schema, Prozess und Anwendung jeweils zweimal vertreten waren und das Verhältnis zwischen den statischen und dynamischen Lehr-Lern-Formen ausgewogen war. Insgesamt wurden also 8 Lehrpersonen zu Beginn der Studie befragt, wobei 4 Interviews im Detail ausgewertet wurden. Am Ende der Studie fanden ebenfalls 8 Interviews statt, von denen 4 Interviews ausgewertet wurden.

Die Interviews waren halbstandardisiert und fanden auf der Basis von Leitfäden statt. Die Verwendung von halbstandardisierten Interviews wird in der einschlägigen Literatur für die Rekonstruktion subjektiver Theorien als besonders angemessen angesehen (siehe Flick, 1995, S. 99f).

Die beiden Interviewreihen verfolgten unterschiedliche Schwerpunkte und Perspektiven:

Die erste Interviewreihe fokussierte auf die Frage, inwieweit sich bei den Lehrpersonen Systeme mathematischer Beliefs unterscheiden lassen, und zwar im Spannungsfeld von dynamischen und statischen Konzeptionen und wie die Reaktionen auf die neue Aufgabenkultur als ein Ziel des SINUS-Projekts waren. Genauer enthielt das Interview folgende Teile:

- Allgemeine Fragen zum Mathematikunterricht wie Selbstverständnis als Mathematiklehrerin bzw. -lehrer, persönliche Ziele und Zusammenhang zu Konzeptionen über das Wesen von Mathematikunterricht;

- 
- Fragen zu Mathematikaufgaben, in denen die Dimensionen Lehr-Lern-Ziel, didaktischen Funktionen, Stellenwert, Bearbeitungsweisen und Fehlerverständnis von Aufgaben diskutiert wurden;
  - Fragen zum SINUS-Projekt, in denen das Problembewusstsein bzgl. offener Aufgaben, d.h. Wesensmerkmale und möglichen Erfahrungen damit erhoben wurde

Die zweite Interviewserie fokussierte auf den Zusammenhang von mathematischen Beliefs und den Umgangsweisen mit realitätsbezogenen Aufgabenstellungen, die ebenfalls ein zentraler Aspekt des SINUS-Projekts waren. Genauer wurden folgende Fragestellungen thematisiert:

- Fragen zur Innovationsbereitschaft
- Fragen zu Realitätsbezügen
- Fragen zu Mathematik und zu Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht

Am Ende des Interviews wurden die Interviewten mit einer realitätsbezogenen Aufgabe konfrontiert von Herget/Jahnke/Kroll (2001, S. 20), sog. „Adenauer-Aufgabe“.

In der Aufgabe ist ein Photo gegeben, das ein Kind und ein Denkmal zeigt. Das Denkmal stellt den Kopf von Konrad Adenauer dar. Es wird gefragt, wie groß ein Denkmal sein müsste, wenn es den gesamten Körper des Kanzlers abbilden sollte. Ein möglicher Lösungsansatz besteht in dem Schätzen des Alters des Kindes und der Zuordnung seines Alters zu einer Körpergröße. Anschließend gelangt man durch das Ausmessen des Kindes auf dem Aufgabenblatt zum Maßstab des Photos. Unter der Berücksichtigung des Verhältnisses vom Kopf zum Körper beim Erwachsenen ist es möglich, die Größe des Denkmals zu berechnen.

Die beiden Interviewleitfäden befinden sich im Anhang, ebenso wie die Originalaufgabe.

Die Auswertung der Interviews erfolgte nach dem Verfahren des thematischen Kodierens, in dem zu Beginn der Auswertung die einbezogenen Fälle in einer Reihe von Einzelfallanalysen interpretiert werden, daran anschließend erfolgt die Interpretation der untersuchten Fälle auf Unterschiede und Gemeinsamkeiten. Konkret wurde im ersten Schritt der Auswertung jeweils eine Kurzbeschreibung der einzelnen Fälle erstellt, auf der darauf aufbauend im zweiten eine vertiefende Analyse erfolgte, in der für den jeweiligen Fall ein Kategoriensystem entwickelt wurde. Zur Entwicklung des Kategoriensystems wurde der Ursprungstext mit Codes kodiert, die zunächst

---

möglichst nahe am Text waren, später aber immer abstrakter wurden. Durch die Zusammenfassung der Kodes zu Oberbegriffen erfolgte die Kategorisierung, anschließend wurden die einzelnen Kategorien thematischen Bereichen zugeordnet (für Details des methodischen Vorgehens siehe Flick, 1995 sowie Strauss/Corbin, 1996).

Die Ergebnisse der Studie sind nur eingeschränkt verallgemeinerbar, sondern haben eher explorativen Charakter. Aufgrund der Reichhaltigkeit des Materials erscheinen die Ergebnisse der Studie jedoch geeignet, erste Bausteine zu einer Theorie mathematischer Beliefs von Lehrerinnen und Lehrern und der Möglichkeit der Veränderung durch Innovationsprojekte zu liefern.

---

## **4. ERGEBNISSE DER SCHRIFTLICHEN BEFRAGUNG ALLER BETEILIGTER LEHRPERSONEN**

### **4.1. ERGEBNISSE DER EINGANGSERHEBUNG**

Die Befragung der beteiligten Lehrerinnen und Lehrer zu Beginn der Studie erbrachte folgende Ergebnisse.

#### **Beliefs über das Wesen der Mathematik**

Die primären Beliefs der Lehrenden sind eher statisch geprägt, wobei der Formalismus-Aspekt dominiert. Der Prozess- und Anwendungs-Aspekt spielen bei den primären und den sekundären Beliefs der Lehrerinnen und Lehrer eine eher untergeordnete Rolle.

#### **Beliefs über das Wesen des Mathematikunterrichts**

Die Lehrerinnen und Lehrer äußern in ihren primären Beliefs hauptsächlich formalistische und schematische Aspekte, anwendungsorientierte Beliefs im primären Bereich können nicht rekonstruiert werden, vielmehr wird von zwei Lehrenden die Anwendungsfreiheit des Mathematikunterrichts besonders betont.

#### **Beliefs über die Ziele des Mathematikunterrichts**

Die primären Beliefs der Lehrerinnen und Lehrer sind schematisch geprägt. Der Formalismus-, der Prozess- und der Anwendungs-Aspekt können bei den Lehrenden gleich oft rekonstruiert werden.

#### **Beliefs über das Lehren im Mathematikunterricht**

Die Lehrerinnen und Lehrer weisen hauptsächlich statische Beliefs auf. Dynamische Beliefs lassen sich dagegen nur bei zwei der befragten Lehrenden rekonstruieren.

#### **Beliefs über das Lernen im Mathematikunterricht**

Bei diesen Beliefs überwiegt eine dynamische Orientierung.

### **4.2. ERGEBNISSE DER ZWEITEN BEFRAGUNG**

Die Befragung am Ende der Studie erbrachte folgende Ergebnisse.

---

### **Beliefs über das Wesen der Mathematik**

Bei den Lehrerinnen und Lehrer zeigen sich primär weiterhin eher formalistisch orientierte Beliefs, im sekundären Bereich dominiert der Anwendungs-Aspekt.

### **Beliefs über das Wesen des Mathematikunterrichts**

Die primären Beliefs der befragten Lehrenden werden durch den Formalismus- und den Schema-Aspekt geprägt. Sowohl in den primären, als auch in den sekundären Beliefs lässt sich eine leichte Anwendungsorientierung erkennen.

### **Beliefs über die Ziele des Mathematikunterrichts**

Bei den primären Beliefs lässt sich eine leichte Dominanz des Prozess-Aspektes aufzeigen. Fasst man die zusammengehörigen Kategorien zusammen, so wird sichtbar, dass die Beliefs über die Ziele des Mathematikunterrichts stark dynamisch geprägt sind. Die sekundären Beliefs sind sehr vielfältig, so dass keine Tendenzen erkennbar sind.

### **Beliefs über das Lehren im Mathematikunterricht**

Es dominiert der Schema-Aspekt die Beliefs der Lehrerinnen und Lehrer zum Mathematiklehren, bei zwei Lehrenden zeigen sich dynamisch orientierte Beliefs.

### **Beliefs über das Lernen im Mathematikunterricht**

Die Beliefs der Lehrenden sind stark dynamisch geprägt.

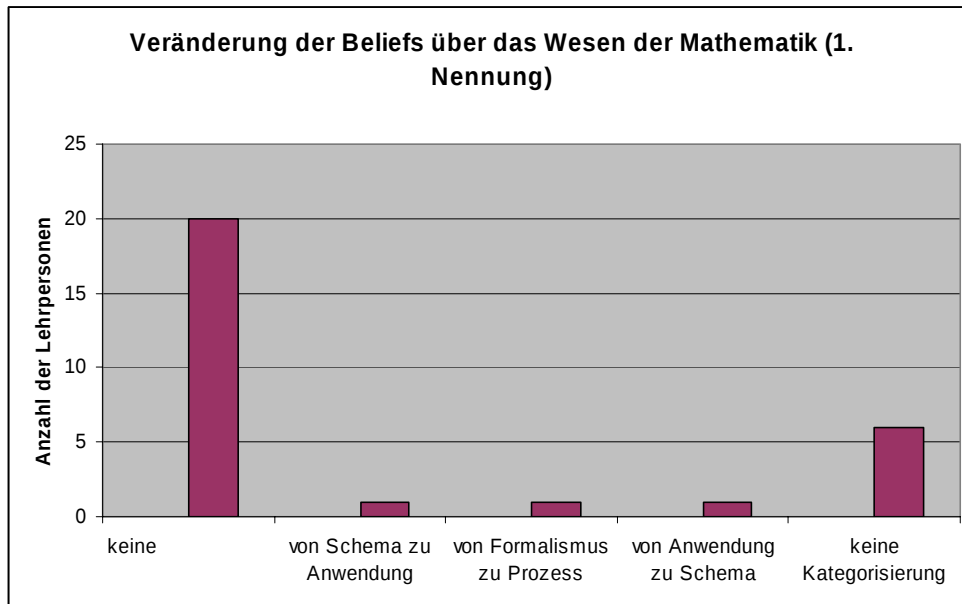
## **4.3. VERGLEICH DER ERGEBNISSE DER BEIDEN BEFRAGUNGEN**

Im Folgenden werden die Veränderungen in den Beliefs der beteiligten Lehrpersonen entlang der verschiedenen Beliefformen dargestellt. Die Rohdaten finden sich im Anhang.

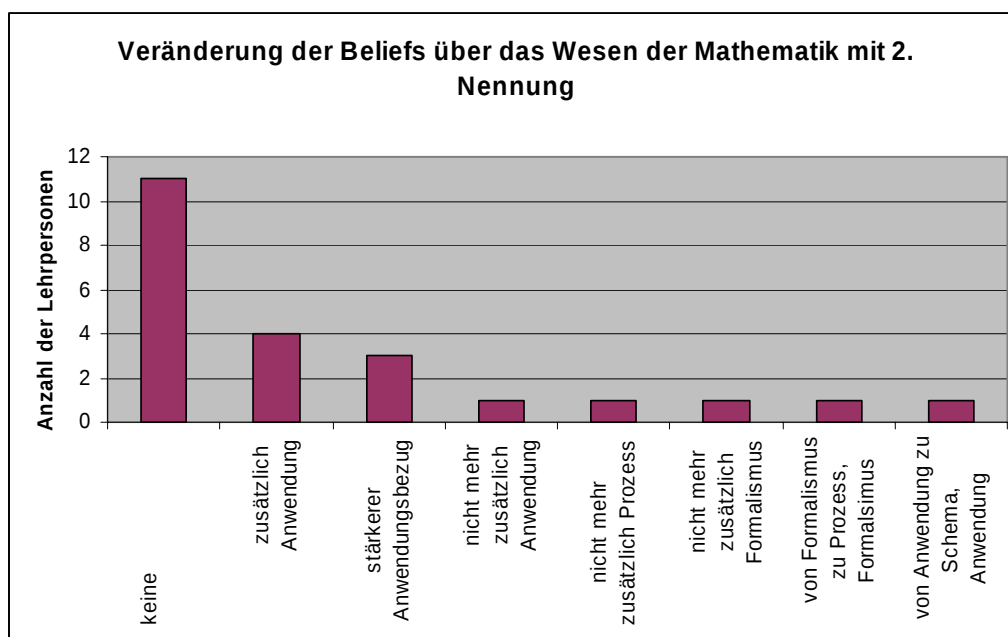
### **Beliefs über das Wesen der Mathematik**

Es lassen sich keine starken Veränderung bei den primären Beliefs erkennen, allerdings zeigt sich im sekundären Bereich eine starke Tendenz zum Anwendungs-Aspekt. Dabei handelt es sich einerseits um Lehrende, bei denen in der zweiten Erhebung eine Anwendungsorientierung rekonstruiert werden kann. Andererseits wird sichtbar, dass bei einigen Lehrenden ein bereits vorher vorhandener Anwendungsbezug stärker

ausgeprägt ist. Die beiden folgenden Grafiken zeigen die Veränderung (Grafik 1 und Grafik 2).



Grafik 1

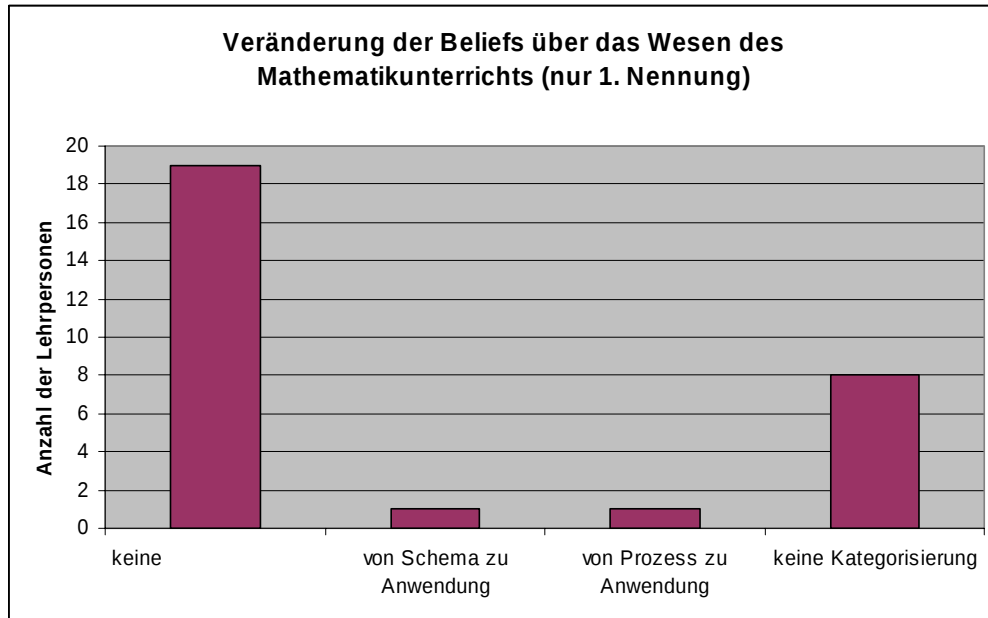


Grafik 2

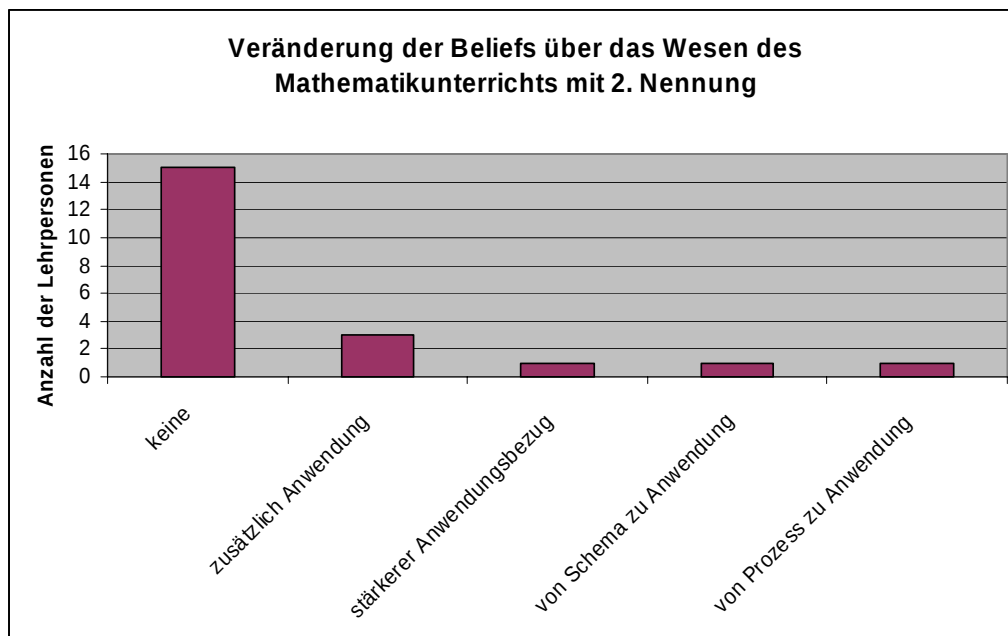
### Beliefs über das Wesen des Mathematikunterrichts

In den primären Beliefs können keine starken Veränderungen beobachtet werden. Nur bei einem Lehrenden hat ein Wechsel von der Schemaorientierung zum Anwendungs-

Aspekt stattgefunden. Die sekundären Beliefs weisen im Vergleich zur Eingangserhebung allerdings stärker ausgeprägte Anwendungsbezüge auf (Grafik 3 und 4).



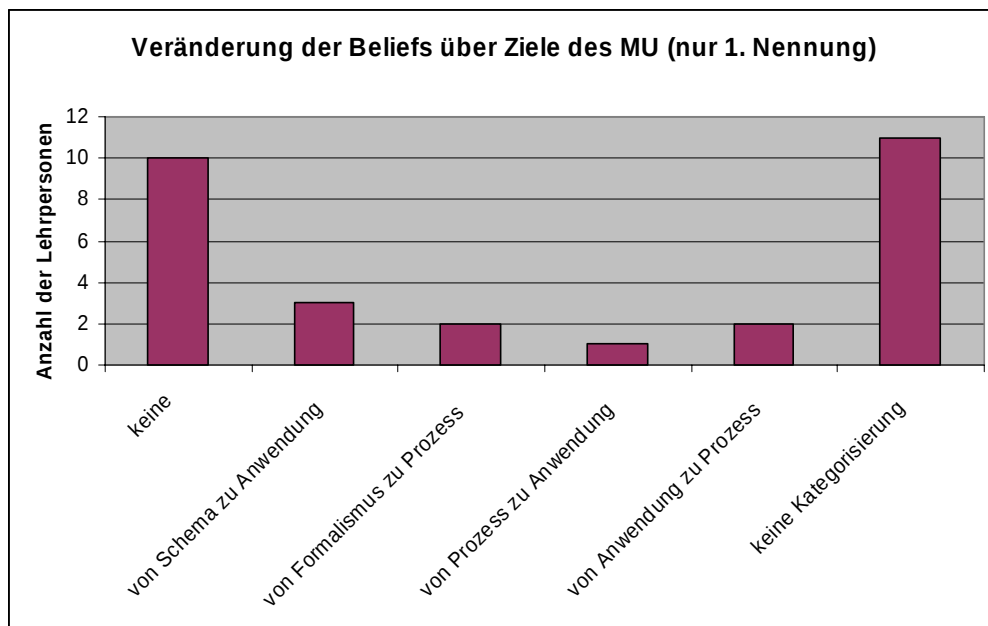
Grafik 3



Grafik 4

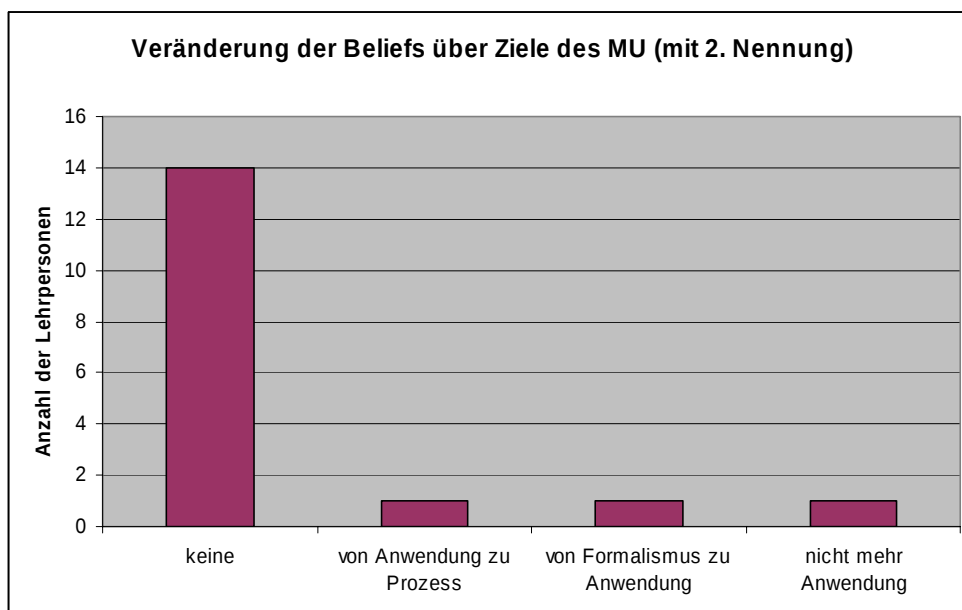
## Beliefs über die Ziele des Mathematikunterrichts

Bei der Mehrzahl der Lehrerinnen und Lehrer sind keine starken Veränderungsprozesse erkennbar sind bzgl. dieses Aspekts erkennbar, allerdings lässt sich ein gewisser Wandel in den primären Aspekten in Richtung des Anwendungs- und Prozess-Aspektes erkennen (Grafik 5).



Grafik 5

Die sekundären Beliefs bleiben im Vergleich zur Eingangserhebung unverändert (Grafik 6).

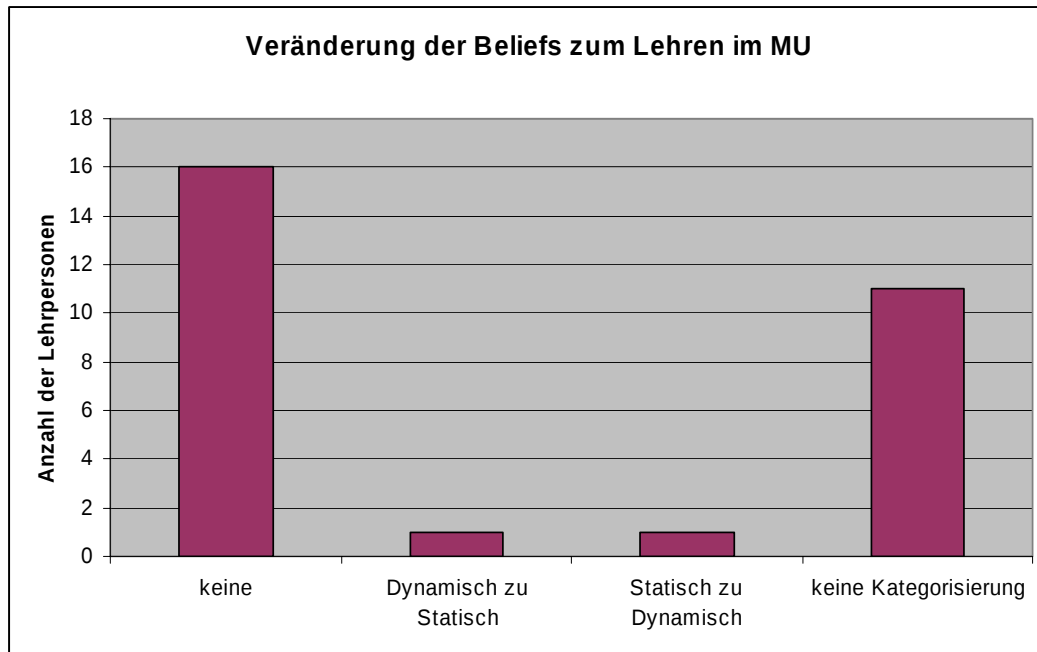


Grafik 6

---

### Beliefs über das Lehren im Mathematikunterricht

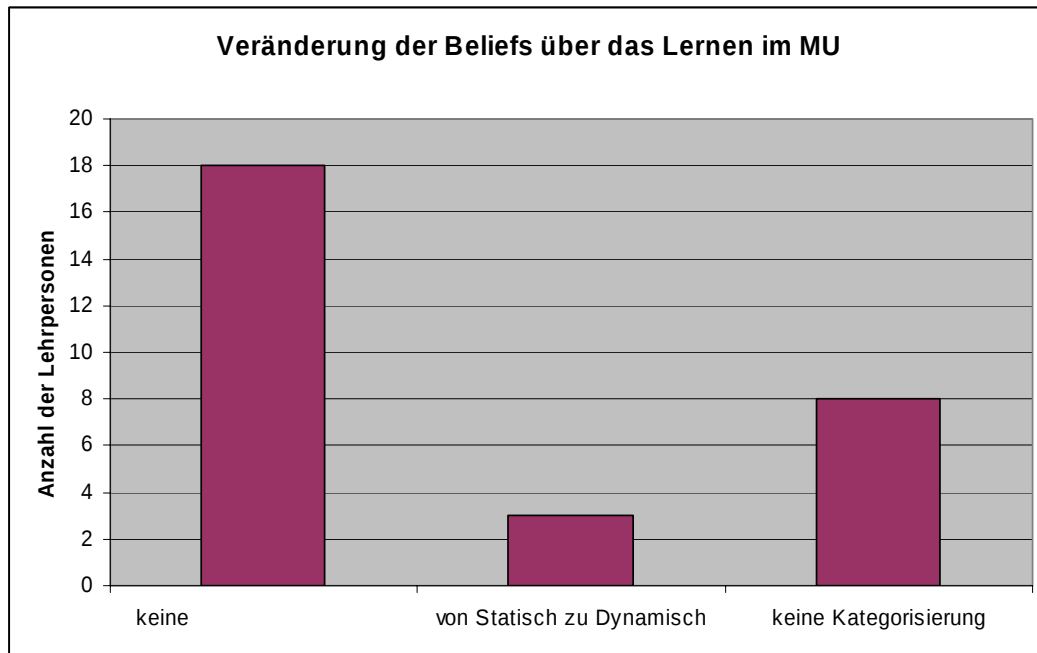
Der Vergleich der Eingangserhebung mit der zweiten Erhebung macht deutlich, dass keine starken Veränderung bei den Beliefs über das Lehren im Mathematikunterricht bei den untersuchten Lehrerinnen und Lehrern stattgefunden hat (Grafik 7).



Grafik 7

### Beliefs über das Lernen im Mathematikunterricht

Trotz der Zurückhaltung der meisten Lehrerinnen und Lehrer gegenüber einer Veränderung ihrer Beliefs über das Lernen kann bei drei Lehrenden ein Wechsel von einer eher schematisch orientierten Auffassung zu einer dynamischen festgestellt werden (Grafik 8).



Grafik 8

**Zusammenfassung:**

Insgesamt lässt sich feststellen, dass sich die mathematischen Beliefs der befragten Lehrerinnen und Lehrer erst in Ansätzen geändert haben. Allerdings gibt es deutliche Hinweise auf eine Veränderung der mathematischen Beliefs beim Wesen von Mathematik und vom Mathematikunterricht hin zu anwendungsorientierten Beliefs und bei den Beliefs zu den Lehr-Lern-Formen hin zu einer dynamischen Sichtweise, die auf einer veränderten Lehrerrolle basieren. Dies zeigt sich hauptsächlich in den sekundären Nennungen. Damit wird deutlich, dass die Veränderungen erst auf der Ebene der „Surface“-Beliefs angekommen sind und dass die Veränderungsprozesse noch nicht langwierig genug waren, um Veränderungen bei den „Deep“-Beliefs zu bewirken. Dies ist nicht verwunderlich, da der Untersuchungszeitraum mit 1 ½ Jahren (die ursprünglich geplanten 2 Jahre ließen sich aufgrund organisatorischer Probleme nicht mehr realisieren) doch sehr kurz war. Insgesamt zeigt sich aber, dass die Richtung der Veränderungen in die vom Sinus-Projekt angestrebte Richtung weist.

---

## 5. ERGEBNISSE DER TIEFENUNTERSUCHUNG – EINGANGS-BEFRAGUNG

Die nachfolgenden empirischen Ausführungen geben zunächst die Ergebnisse der Einzelfallanalyse wieder. Gegliedert sind die Ausführungen entsprechend der thematischen Struktur (siehe untenstehende Übersicht). Während die Darstellung explizit in gegenstandsbezogene und methodische Aspekte von Aufgaben auf der einen und Mathematik und Lehr-Lern-Formen auf der anderen Seite unterteilt, sind die weiteren Untergliederungen zu Gunsten einer besseren Lesbarkeit dem Text implizit unterlegt. Die einzelnen Interpretationsabschnitte enthalten Textauszüge der Interviews, die der Verständlichkeit halber vereinfacht und zum Teil ergänzt wurden. Die wörtlichen Zitate sind der besseren Übersichtlichkeit wegen kursiv dargestellt und mit einer Zeilenangabe aus dem entsprechenden Transkript versehen. Die Transkripte befinden sich im Anhang der Staatsexamensarbeit von Natalie Ross.

### 1.1.1 AUFGABEN

#### 1. Gegenstandsbezogene Aspekte von Aufgaben

1.1. Unterrichtsfunktionen

1.2. Gegenstandszielen

#### 2. Methodische Aspekte von Aufgaben

2.1. Form der Arbeitsanweisung

2.2. Bearbeitungsweise: Konkrete Bearbeitung, Anzahl der Lösungswege, zentrale Kompetenzen

2.3. Fehlerhafte Herangehensweise, Lehrerverhalten bei Fehlern

2.4. Form des Ergebnisses

2.5. Verständnis von Offenen Aufgaben

### 1.1.2 MATHEMATIKUNTERRICHT

#### 1. Mathematik (im Mathematikunterricht)

1.1. Dominante Konzeptionen, Eigenschaften

1.2. Ausprägungen in den anderen Dimensionen, insbesondere des Anwendungsaspekts

#### 2. Lehr-Lern-Formen

2.1. Zentrale Orientierung

2.2. Zerlegungsprinzip versus Konfrontationsprinzip

2.3. Lehrerrolle

2.4. Passives versus aktives Lernen

2.5. Nachvollziehend-reproduzierendes Lernen versus entdeckend-produzierendes Lernen

---

## 5.1. INTERVIEW MIT HERRN A

Herr A hat Mathematik für das gymnasiale Lehrfach studiert und unterrichtet an einem Gymnasium.

### 5.1.1. Konzeptionen von Aufgaben

#### Konzeptionen von gegenstandsbezogenen Aspekten von Aufgaben

Für Herrn A haben *„Aufgaben einen großen Stellenwert“* (Z.620) im Mathematikunterricht.<sup>11</sup> Interessant ist die Perspektive: *„Die Aufgaben sind immer bezogen auf den Unterricht“* (Z.688ff.). Aufgaben dienen nach Auffassung des Lehrers *„der Nacharbeit des Unterrichtes, Aufgaben dienen der Festigung des im Unterricht Gemachten, Aufgaben dienen auch eventuell dazu, Fragestellungen für den Unterricht, für den nächsten Unterricht vorzubereiten...“* (Z.699ff).

Primäres Ziel von Aufgaben ist für den Lehrer, dass die Schülerinnen und Schüler *„einen geschulten Blick“* (Z.628) bekommen. Dieses bezieht sich vor allem auf das *„Know-how“* (Z.625) der mathematischen Sprache: dem genauen Lesen von Arbeitsanweisungen, dem Übersetzen von Textzuordnungen in mathematische Fertigkeiten und dem Trainieren von sauberer, präziser und folgerichtiger Darstellung (z.B. Z.554-613). Wichtig ist ihm auch das *„handwerkliche Üben im Sinne von Festigung von Handwerk“* (Z.542f.). Die Dominanz der Übungsfunktion von Aufgaben spitzt folgende Äußerung des Lehrers weiter zu: *„In der Oberstufe sind nachher gar nicht die Aufgaben mehr in dem Maße so wichtig, weil sie da wesentlich inhaltlicher arbeiten und dieser geschulte, geübte Blick an sich dann da sein sollte.“* (Z.657ff).

An einigen wenigen Stellen im Interview nennt Herr A als Intention von Aufgaben das Verdeutlichen von strukturellen mathematischen Zusammenhängen (Z.416) (Z.351). Auch die *„Verbindung zum Leben“* (Z.464) wird als Zielkategorie genannt. In den Beschreibungen dieser Aufgaben werden die Zielsetzungen selten konkretisiert,<sup>12</sup>

---

<sup>11</sup> Das zeigt sich auch darin, dass er in dem allgemeinen Interviewteil zum Mathematikunterricht an verschiedenen Stellen Aufgaben beschreibt, und umgekehrt zur Beschreibung von Aufgaben zu Zielen von Mathematik springt (z.B. Z.98ff).

<sup>12</sup> Bei den anwendungsorientierten Aufgaben bleibt es ausschließlich bei der Formulierung *„Kontext zum Herstellen zum alltäglichen Leben“* (Z.466f.) und es folgen keine genaueren Ausführungen, warum man diesen Bezug machen sollte.

---

sondern vor allem problematisiert. Es kann wohl davon ausgegangen werden, dass Ziele in diesen Bereichen für Herrn A eine nachgeordnete Rolle spielen.

### **Konzeptionen von methodischen Aspekten von Aufgaben**

Herr A differenziert selbst Aufgaben in „*mathematische Aufgaben*“ und „*Aufgaben mit Verbindung zum Leben*“, wobei die Klarheit der Arbeitsanweisung wesentliches Unterscheidungskriterium ist (z.B. Z.528ff).

„*Mathematische Aufgaben*“ zeichnen sich in der Vorstellung von Herrn A dadurch aus, dass sie eine klare und präzise Arbeitsanweisung enthalten. Das wird auch deutlich an den von ihm genannten Beispielaufgaben: „*Zeigen Sie, dass diese ganzrationale Funktion genau drei Nullstellen hat.*“ (Z.563f.).

Die Bearbeitung wird als „*eine ordentliche sorgfältige Arbeit im Kleinen*“ (Z303f.) beschrieben: Grundlegend dafür ist der genaue Umgang mit dem Text: Die Schülerinnen und Schüler müssen beim Lesen auf die „*Feinheiten*“ von „*zwei Zeilen komprimierten Textes*“ (Z.559) achten, „*erkennen, was heißt der Text in, in nem Kontext dieser Worte eigentlich wirklich?*“ (Z.567f.) und „*Was bedeuten die Worte von der Stellung her?*“ (Z.570f.). Wichtig ist dann die Einordnung in den im Unterricht zuvor behandelten Kontext<sup>13</sup>, wobei „*ein guter Schüler anhand der Aufgabenstellung wenigstens das handwerkliche Grundzeug sofort haben müsste*“ (Z.721ff.). Dazu sollte sich der Lernende herausschreiben, was gegeben ist, welche Eigenschaften das Gegebene hat, und welche verbindenden Sätze er kennt (Z.777ff). Wichtig ist dafür das Erinnern vorher behandelten Unterrichtsstoffs, sonst „*fehlt ihm [dem Lernenden] die Technik, die Selbstver-, das Selbstverständliche aus früheren Jahren.*“ (Z.740ff.). Die eigene Leistung des Bearbeiters bleibt „*das Gegebene*“ der Aufgabenstellung mit bekannten Sätzen zu „*verknüpfen*“ (784ff). Eine erfolgreiche Aufgabenbearbeitung hängt allerdings auch davon ab, „*wieweit sie [die Schülerinnen und Schüler] gewohnt sind, was mh... ich mit dieser Aufgabe bezwecke*“ (Z.1075ff.).

---

<sup>13</sup> Aus dem „*genauen, präzisen Erarbeiten von Texten [...] heraus zu sehen, was an mathematischen Fertigkeiten kann ich an der oder an jener Stelle einsetzen, was kann ich da jetzt tun, in welcher Reihenfolge und so weiter*“ (Z.585ff)

---

Herr A würde eine Herangehensweise an Aufgaben als fehlerhaft bezeichnen und zentral „*abbrechen*“, wenn er das Gefühl bekommt, die Schüler würden nicht zielgerichtet „*herumdoktern*“ (Z.796ff).

Für die Darstellung des Lösungsweges und des Ergebnisses ist eine saubere und deutliche Schreibweise vonnöten, sonst kann nach Auffassung von Herrn A ein Lernender leicht „*einen blöden Fehler da nach dem anderen bauen*“ (Z.328ff.).<sup>14</sup> Der Lehrer beschreibt nicht explizit die Anzahl der Lösungswege. Wichtig ist jedoch, dass diese „*zum gleichen Ziel kommen*“ (Z.1029).

„*Aufgaben mit Lebensbezug*“ enthalten im Gegensatz zu mathematischen Aufgaben keine genauen Anweisungen: Durch die Verwendung von Bezeichnungen aus der Erwachsenenwelt werden die Kinder im „*Unklaren*“ (Z.450) gelassen. Problematisch empfindet Herr A auch zwei andere Aspekte: Entweder bleibt bei der ausführlichen Berücksichtigung des Kontextes zu wenig Zeit für „*die Mathematik selbst, das, was ich also an sich machen müsste*“ (Z.Z.959). Oder die „*Feinheiten, die hinter den einzelnen Problemen stehen, werden abgebügelt*“, so dass die Lernenden das präzise Arbeiten verlernen (Z.945ff).

Offene Aufgaben werden (auf Nachfrage der Interviewerin) in einem Bereich zwischen mathematischen Aufgaben und Aufgaben mit Lebensbezug eingeordnet: In dem Verständnis des Lehrers steht die Offenheit dafür „*möglichst viele Lösungswege zu ermöglichen*“ (Z.1017f.). Dazu muss die Fragestellung weniger „*determiniert*“ (Z.1053) sein. Dafür gibt er ein Beispiel: „*Berechne möglichst geschickt (betont) eine... so eine Folge von negativen und positiven Zahlen*“ (Z.1042ff.). Für offene Aufgaben beschreibt Herr A ein „*kreatives*“ und „*ideenreiches*“ Vorgehen der Schülerinnen und Schüler. Diese Bearbeitung setzt seinen Ausführungen folgend ein „*gewisses Vorverständnis*“ (Z.1020) und einen „*geschulten Blick*“ (Z.350) voraus. „*Wichtig*“ ist dem Lehrer, dass die verschiedenen Lösungsansätze auch hier immer „*zum gleichen Ziel kommen*“ (Z.1026).

---

<sup>14</sup> Die Schwierigkeit mit der deutlichen Schreibweise beschreibt er an einer Stelle wie folgt: „*Der Kampf mit den Giganten war ja noch klein gegenüber dem Kampf mit dem Minuszeichen.*“ (Z.322ff)

---

### 5.1.2. Konzeptionen von Mathematikunterricht

#### Konzeptionen von Mathematik im Mathematikunterricht

Mathematik ist für Herrn A in erster Linie eine „*formale Sprache*“ (Z.6). Im Unterschied zur Umgangssprache wird diese als „*nicht redundant*“ (als keine nicht-notwendige Worte verwendend, Z.287ff) beschrieben, und stattdessen mit den Eigenschaften „*präzise*“ (z.B. Z.349) und „*folgerichtig*“ (z.B. Z.338) versehen.

Die Maxime der Präzision<sup>15</sup> werden für die Mathematik als fundamental beschrieben (Z.295f.): Sie ist „*das einzige Fach, das von Anfang an industrielle Tugenden verlangt*“ (Z.271f.). Die „*Sorgfalt im Kleinen*“ (Z.295) bedeutet zum einen einfach eine saubere und deutliche Schreibweise von mathematischen Ziffern, Symbolen etc. (s.o.). Zum anderen ist sie eng an ein präzises Sprachverständnis und einen präzisen Sprachgebrauch gekoppelt: „*Umsetzen aus der Genauigkeit der Sprache in eine Genauigkeit der Mathematik. Das geht dort entscheidend mit ein.*“ (Z.856ff.).

Folgerichtigkeit beim deduktiven Schlussfolgern ist für Herrn A eine weitere relevante Eigenschaft von Mathematik. Aber auch hier wird der genaue Sprachgebrauch als zentral empfunden: „*Folgerichtigkeit in der Darstellung, aber auch Folgerichtigkeit in den Zusammenhängen... Beides korrespondiert miteinander.*“ (Z.339ff.).

Wichtig für die Beschreibung von Mathematik sind für Herrn A die (vom Lehrplan bzw. von der wissenschaftlichen Disziplin vorgegebenen) fachinhaltlichen Wissensbestände (z.B. Z.657ff). Insbesondere nennt der Lehrer auch ‚neuere‘ Gebiete der Mathematik, wie beispielsweise Chaostheorie oder Differentialgleichungen (Z.236ff.). Die mathematischen Stoffgebiete werden nicht als isoliert, sondern „*strukturell verknüpft*“ betrachtet (Z.406ff, Z.595ff).

Herr A sieht einen – wenn auch nur sehr schwachen – mathematischen Bezug zum Alltag: „*Also, Mathematik ist für mich... nicht immer, manchmal ja... auch eine Verbindung zum Leben.*“ (Z.463ff). Dabei werden außermathematische Anwendungen als von der Mathematik separater statt konstitutiver Bestandteil empfunden.<sup>16</sup> (Z.528ff, Z.933ff, Z.953ff, Z.970ff)

---

<sup>15</sup> Synonym werden die Begriffe „*exakt*“ (Z.8), „*penibel*“ (Z.347), „*genau*“ (Z.563), „*Feinheiten*“ (Z.948), „*Sorgfalt im Kleinen*“ (Z.296) verwendet.

<sup>16</sup> Besonders deutlich wird dies an den Stellen im Interview, bei denen der Lehrer zwischen mathematischen und anwendungsorientierten Aufgaben unterscheidet (siehe 1.2.2.).

---

Ganz klar vor den Anwendungen aber auch vor dem strukturell zusammenhängenden Inhalt wird jedoch die Form bevorzugt: „Jedes, ähm Ding hat ne Form, erst dann bekommt es ne richtige Gestalt. Und das ist in der Mathematik genauso: Beim Schreiben muss es eine richtige Darstellung haben, weil ich dann erst die richtigen Zuordnungen machen kann...“ (Z.673f.).

### **Konzeptionen von Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht**

Herr A versteht Lernen als „Lernfolge“: Auch wenn diese bei einzelnen Lerngruppen<sup>17</sup> verschieden verläuft, beschreibt er durchgängig folgenden Zusammenhang: Zunächst sollten die mathematischen Begriffe (z.B. „Verhältnisgleichungen“ (Z.734)) und Fertigkeiten (z.B. „Umformungsregeln“ (Z.736)) gelernt werden, und zwar aufeinander aufbauend, „in Abhängigkeit zu den bereits gekannten Begriffen“ (Z.528f.). Erst wenn die Lerngruppe für diese Begriffe einen „geschulten Blick“ entwickelt hat, ist es ihnen möglich einen „Transfer“ zwischen den Inhalten zu schaffen (Z.598ff). Verbindungen nach außen gelten aufgrund ihres Schwierigkeitsgrades (s.o.) als letztes Glied dieser Lern-Kette. Für alle Phasen gelten die „industriellen Tugenden“ (s.o.) als fundamentale Lernstrategie: „präzise, exakt, vielleicht penibel zu arbeiten (...) dass sie [die Schülerinnen und Schüler] da dieses haben und von daher Mathematik leichter fällt...“ (Z.346ff). Umgekehrt gilt: „wer da dieser nicht entspricht, und einen blöden Fehler da nach dem anderen baut, der hat Pech gehabt...“ (Z.328ff.). Eine Lerngruppe durchläuft nicht unbedingt alle Stationen dieser Lernfolge: „Ich habe Klassen, da bin ich froh, wenn ich die reine Reproduktion dann schaffe...“ (Z.611ff.).

Das Lernen entlang dieser Kette geschieht zunächst nicht eigenständig: „Ich kann nicht erwarten, das wäre Schwachsinn in meinen Augen, dass sozusagen die Kinder das Buch nehmen und selbstständig drin blättern, und die Inhalte sich sozusagen von selbst ergeben.“ (Z.155ff). Unter einer „sauberen methodischen und didaktischen Hinführung“ (Z.127) werden entlang des Lehrplans die mathematischen Inhalte vermittelt. Darunter wird insbesondere verstanden, die Schülerinnen und Schüler in angepassten Schritten „in Abhängigkeit vom Alter, in Abhängigkeit von diesen Begriffs-

---

<sup>17</sup> Herr A redet nie von einzelnen Schülerinnen und Schüler, sondern immer von Lerngruppen.

---

.... *geschaffenen Begriffsbildungen*“ von einem Ziel zum nächsten zu führen (Z.528ff). Herr A sieht sich *„als Lehrer auch als Fachmann, der dann in der Lage sein muss, etwas zu machen, was den Schülern sozusagen im Moment, hmm gar nicht einfallen kann, aber sie aus der Situation in richtiger Weise zum nächsten Ziel führt.“* (Z.191ff). Neben der Orientierung an der Lernstruktur hebt Herr A hervor, dass es die Präzision der Sprache und Sorgfalt im Kleinen ist, die ein kleinschrittiges Vorgehen bestimmt (Z.290ff).

Die Lehrkraft wird in Herrn A's Vorstellung primär zum Dozenten bzw. Wissensvermittler gegenüber einer Lerngruppe. *„Die Fülle des Stoffes ist so groß, hmm, dass man wirklich da durchpowern muss und gar nicht die Chance hat, [...] zusätzlich etwas anderes nebenbei zu machen.“* (Z.175ff). Typische Metaphern für das Lehren sind dementsprechend: *„durchführen“* (Z.84), *„durchziehen“* (Z.974), *„reinführen“* (Z.407) oder *„durchpowern“* (Z.174). Die Lehrerzentrierung in der Konzeption von Herrn A zeigen auch die folgenden Metaphern für das Lernen: *„nachvollziehen“* (Z.131), *„aufnehmen“* (Z.137) oder *„[Arbeitsanweisung] umsetzen“* (Z.500). Aktive und entdeckende Lern-Metaphern, wie *„mit Begriffen spielen können“* sind Äußerungen, die von Herrn A selten geäußert werden,<sup>18</sup> und dann zeitlich hinter das Nachvollziehen eingeordnet werden.<sup>19</sup>

## **5.2. INTERVIEW MIT HERRN B**

Herr B ist Hauptschullehrer und hat das Fach Mathematik nicht studiert.

### **5.2.1. Konzeptionen von Aufgaben**

#### **Konzeptionen von gegenstandsbezogenen Aspekten von Aufgaben**

Aufgaben sind für Herrn B sehr wichtig: *„Es ist so, dass der Stellenwert einer Aufgabe, überhaupt der Aufgaben, der Übungs- (betont) Aufgaben sehr, sehr hoch ist...“*

---

<sup>18</sup> Es finden sich im Interview keine Metaphern wie probieren, versuchen, experimentieren oder ähnliches. Das Spielen wird an zwei Textstellen erwähnt (Z.602), (Z.1091). Ein Begriff wie *„Herumdoktern“* (s.o.) wird negativ besetzt.

<sup>19</sup> Herr A verwendet das „erst“ im Sinne von „zunächst muss das Eine gelernt werden, dann das Nächste“ immerhin 15 mal im Text.

---

(Z.401f.). Dabei stellen sie für Herrn B die Form der „*unterrichtsmöglichen Auseinandersetzung*“ (Z.399) mit Mathematik dar: „*Mathematische Sachen*“ werden auf einer rein begrifflichen Ebene „*nur mal kurz angeschnitten*“, um dann „*Übungsaufgaben dort mit zu machen*“ (Z.820ff.). Der Lehrer betont dabei immer wieder die „*reine Übungsfunktion, dass sie [die Schülerinnen und Schüler] immer wiederholt äh auf äh, mit kleinen Varianten das Gleiche üben...*“ (Z.334ff.).

Mit Aufgaben sollen nach Ansicht von Herrn B vor allem „*diese einfachen Grundfertigkeiten trainiert*“ werden (Z.295f.): Die Rede ist von „*Grundrechenarten*“, also „*Plus oder Mal oder ähnliche Sachen*“ (Z.326) und einfachen „*Rechenfertigkeitssachen*“, wie „*Bruchrechnung aller Art oder Prozentrechnung*“ (Z.149). Als ein weiteres Ziel wird das „*Umsetzen von Rechenverfahren*“ genannt (Z.136). Dieses umschließt zum einen die Fähigkeit „*eine einfache Formel umzusetzen in die Logik...*“ (Z.124), also das Beherrschen von Regeln der Termumformungen oder „*Anwendungsregeln*“ (Z.814). Zum anderen muss man in Rechenverfahren „*in die Abänderung herein umsetzen*“ (Z.128f.).

Das „*Anwenden der Mathematik im täglichen Leben*“ wird von Herrn B als weiteres Ziel von Aufgaben genannt (Z.183f.). Aufgaben mit dieser Zielsetzung führen bei ihm die Bezeichnungen „*Sachaufgaben*“ (Z.515), „*Textaufgaben*“<sup>20</sup> (Z.109) bzw. „*offene Aufgaben*“<sup>21</sup> (Z.794ff.). Obwohl es dabei immer „*um lebensnahe Dinge, Fragen geht*“ (Z.235f.), ist ihm bei der Bearbeitung explizit nicht eine Berücksichtigung des authentischen Kontextes wichtig: „*Und wenn das uralte Bücher sind, wo denn noch nen Brötchen äh zwölf Pfennig kostet, macht ja auch nichts, dass ist für mich gar nicht relevant*“ (Z.242). Zentral ist hier, wie bei allen Aufgaben, der „*Grundbezug zu den ganz einfachen, normalen Rechnen*“ (Z.563f.).

Herr B benennt ebenfalls das „*Erforschen*“ (Z.465) und „*Ausprobieren*“ (Z.465) als Funktionen von Aufgaben. Allerdings konkretisiert er nicht näher, was er darunter versteht (vgl. ebd.). Da er insgesamt eigenständige Arbeitsweisen problematisiert

---

<sup>20</sup> Sach- und Textaufgaben können einen innermathematischen Bezug haben, werden aber häufig synonym mit dem Alltagsbezug verwendet (ebd.).

<sup>21</sup> Bei der Definition von offenen Aufgaben zeigt Herr B eine gewisse Unsicherheit, charakterisiert diese aber letztlich über den Bezug zu Lebenssituationen (Z.794ff.). Da außermathematischer Anwendungsbezug immer eng gekoppelt an „*lebensnahe Dinge*“ ist, kann man beides gleichsetzen.

---

(Z.559ff.), kann von einer eher marginalen Rolle dieser Zielkategorien ausgegangen werden.

Aufgaben sind in der Vorstellung des Lehrers nicht immer zweckgebunden: „*Aufgaben, und was das äh für Ziele hat... äh bei den Kindern eigentlich keine (betont) Rolle*“ (Z.270f.). Manchmal lässt er die Lernenden einfach rechnen: „*Es äh ist eben so, dass die äh äh Kinder einfach, die wissen, das ist ne Fünf minus Vier, dann ergibt das ne Eins, und dann freuen sie sich dann, dass die Aufgabe richtig ist, und äh je mehr sie dann richtig haben, dann äh ist die Motivation in der Hinsicht nen bisschen besser*“ (Z.277ff.).

### **Konzeptionen von methodischen Aspekten von Aufgaben**

Eine Aufgabe muss für den Problemlöser<sup>22</sup> aus Herrn B's Perspektive „*verständlich genug*“ sein (Z.308). Dazu gehört zunächst eine klare Arbeitsanweisung, die die Lernenden durch die Bearbeitung „*führt*“ (Z.523). Der Lehrer geht soweit, eine „*undurchsichtig geschachtelte*“ (Z.428) Frageformulierung, die mehrere eigenständige „*Zwischenschritte*“ verlangt, als „*schlechte Aufgabe*“ zu bezeichnen (Z.427ff.).

In der konkreten Bearbeitung wird immer von etwas „*Handfestem, was was Festgesetztem*“ (Z.132) ausgegangen: Entweder werden äquivalente Beispielaufgaben vorgegeben, die dasselbe mathematische Vorgehen „*mit kleinen Varianten*“ verlangen (Z.333ff) oder es wird auf zuvor im Unterricht Besprochenes zurückgegriffen (Z.820f.). Die Aufgabenstellung muss „*entweder von der Tafel oder eben aus ähm Buch dann äh, wo das Beispiel ja unmittelbar darüber steht*“ abgeschrieben werden (Z.822ff.). „*Systematisches Arbeiten*“ (Z.167f.) heißt für den Lehrer diesen Vorgaben schrittweise nachzugehen. „*Aufgaben allein äh äh herauszufinden, oder überhaupt kreativ dieses selbst zu gestalten, das packt in in äh im Hauptschulbereich meiner Meinung nach keiner...*“ (Z.559ff.). Wichtig ist bei der konkreten Problembearbeitung immer der Bezug zu den Grundrechenarten (nicht nur bei Rechenaufgaben): Bei allgemeinen Termausdrücken wird zunächst das Einsetzen „*in die Abänderung herein*“ verlangt,

---

<sup>22</sup> Herrn B's methodische Ausführungen beziehen sich häufig auf die von ihm unterrichteten Hauptschülerinnen und -schüler, beispielsweise wenn er sagt, dass Aufgaben leicht nachvollziehbar sein müssten. Im Folgenden wird auf den Zusatz ‚für Hauptschülerinnen oder -schüler‘ oder ‚in der Hauptschule‘ aus Gründen der besseren Lesbarkeit verzichtet.

---

dann wird gerechnet (Z128f.). Für eine Termumformung ist zusätzlich die Kenntnis von logischen „Anwendungsregeln“ (Z.814f.) notwendig. Aufgaben aus dem Sachbereich schließlich erfordern „ein Übersetzen in die mathematische Sprache rein...“ (Z.317f.). In dieser Beschreibung zeigt sich eine klare Hierarchisierung der Kompetenzen für die Bearbeitung, die ihm als Argument für die zentrale Stellung von Rechenaufgaben und die eher untergeordnete Rolle von Termumformungen und Sachaufgaben dient (z.B. 307ff.).

Herrn B's Konzeption über Fehler muss vor diesem Hintergrund gesehen werden: Fehler treten entweder dann auf, wenn (Rechen-) Regeln nicht gekannt werden (Z.527ff), oder wenn sie, wie im Zusammenhang mit Textaufgaben, nicht problemlos angewandt werden können (Z.515ff.). Herrn B beschreibt, dass er, weil er nicht Mathematik studiert hat, selbst „natürlich ne ganze Reihe von äh Fehlern [...] im mathematischen Bereich äh da macht“ (Z.218ff.). Interessant ist der Umgang mit Fehlern: Seiner Meinung nach sollte der Lehrende „aus [seinen] eigenen Fehlern denn heraus“ „gemeinsam mit den Kindern lernen...“ (Z.222ff.).

Zu einer Lösung zu kommen ist für Herrn B sehr wichtig: „Dieses Ziel, das wirklich... dies Umsetzen äh der äh mathematischen Grundlagen zu dem, dem befriedigenden Ergebnis hin, damit sie dann nicht äh wieder demotiviert werden“ (Z.540ff). Herr B nennt es zwar nicht explizit: Da aber am Ende einer jeden Aufgabenbearbeitung das Rechnen steht, ist das Ergebnis einer mathematischen Aufgabe immer eine Zahl und vermutlich eindeutig.

Offene Aufgaben definiert Herr B als „eine Situation aus dem äh Leben“, „die äh bewältigt werden [muss]“ (Z.794ff.). Explizit sagt der Lehrer nichts über Anweisung, Lösungsweg und Ergebnis. In dem genannten Beispiel einer offenen Aufgabe zeigt sich allerdings eine Frageführung, aus der heraus weder verschiedene Lösungswege, noch verschiedene Ergebnisse zu erwarten sind<sup>23</sup> (Z.832ff).

---

<sup>23</sup> „Du wolltest, wir hatten noch äh Straße des Handwerks besucht, und was wolltest du denn machen? Ja, Bäcker. Und denn schreib mal auf: Da da willst ein äh Brot backen. Was brauchste dazu ? Ja, Mehl. Ja wie viel wollen wir nehmen, und dann kam Gramm und diese ganzen Sachen da dazu. Das ging dann, nicht, und das ist so äh die Sache... Ich weiß nicht, ob das äh ne offene Aufgabenstellung ist äh?...“ (ebd.)

---

### 5.2.2. Konzeptionen von Mathematikunterricht

#### Konzeptionen von Mathematik im Mathematikunterricht

In der Vorstellung von Herrn B ist die Mathematik „*sachlich orientiert*“ (Z.11): In der Mathematik geht es um „*Zahlenspiele*“ (Z.272), „*Grundrechenarten*“ (Z.504), „*Rechenverfahren*“ (Z.134), „*reine Rechenfertigkeitssachen*“ (Z.581f.), „*Formeln*“ (Z.118) und „*Regeln*“ (Z.183). Für den Lehrer bilden diese Dinge die „*Grundlage*“ und „*Grundvoraussetzung*“ der Mathematik (ebd.).

In den Beschreibungen von Herrn B finden sich drei charakteristische Merkmale der „*mathematischen Sachen*“ (Z.18), die sich hinter den Metaphern „*abstrakt*“, „*klare Systematik*“ und „*unveränderlich*“ zeigen.

Mathematik ist für Herrn B „*von der Systematik her [...] klar gegliedert*“ (Z.24) und zwar durch „*sachliche Logik*“ (Z.27).<sup>24</sup> Logik ist zum einen gebunden an „*die logische Abfolge von Regeln im Hinblick auf Formeln*“ (Z.275f.).<sup>25</sup> Zum anderen findet sich in den Ausführungen auch ein additives Verständnis von Logik: „*wahrer Satz plus nen wahren Satz ergibt wieder nen wahren Satz*“ (Z.255f.).

Wenn der Lehrer davon spricht, dass „*die Mathematik äh doch nen bisschen abstraktes Denken voraussetzt*“ (Z.119f.), dann versteht er unter abstrakt etwas, was im Gegensatz zu ‚einfach verständlich‘ steht (siehe dazu: Z.129-156). „*Abgehoben*“ (Z.1059) in diesem Sinne sind Mengenlehre und die neuen Sachen durch SINUS gleichermaßen (Z.129ff.).

Die Mathematik besteht für Herrn B aus „*vorgefertigten mathematischen Sachen*“ (Z.18) und ist in seiner Vorstellung auch wegen der klaren Gliederung unveränderlich: „*Die Mathematik ist meiner Meinung nach äh äh wunderschön systematisch strukturiert, und äh ich weiß nicht, was äh viel an Veränderungen äh da sind.*“ (Z.897ff.).

Außermathematische Anwendungen, die für ihn immer einen lebensnahen Bezug haben, sind nicht konstitutiver Teil der Mathematik. Deutlich wird dieses, wenn er davon

---

<sup>24</sup> Auch im Hinblick auf Logik betont er den engen Bezug zu Sachen.

<sup>25</sup> Dass zeigt sich auch in der Beschreibung von Aufgabenbearbeitung von Schülerinnen und Schülern, wenn „*sie die äh äh Sache nicht in die mathematische Logik, also einfach nur äh in die Termumformung hineinsetzen können*“ (Z.251).

---

spricht, dass die Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht „die Grundvoraussetzungen der Mathematik“ lernen, „und das Andere kommt aus den anderen Fächern dann, und dort äh rechnet man weiter...“ (Z.343ff.). Allerdings zeigt Herr B auf den Nutzen für die Gesellschaft: „Und äh da wenn da äh man denn die Realität eben wirklich sieht, dass man sagt, so äh das ist in der Gesellschaft eben halt noch so, dass eben das Rechnen äh sehr wichtig ist, und äh das äh daraus äh zuerst geschöpft wird“ (Z.1032ff). Bezogen auf die Rechenkompetenz hat Mathematik „draußen eine unwahrscheinliche Bedeutung“, „sogar mehr als äh die äh eigene Muttersprache...“ (Z.759f.).

### **Konzeptionen von Lernen und Lehren im Mathematikunterricht**

Die Vorstellungen zum Lehr-Lern-Prozess sind bei Herrn B stark geprägt durch die Beschreibung von Verständnisschwierigkeiten. Dies gilt insbesondere für seine Schülerinnen und Schüler (z.B. Z.87)<sup>26</sup>, aber auch er gesteht an einigen Stellen, dass er „da selbst [seine] Schwierigkeiten mit [hat]“ (Z.435) und sieht häufig „die Schwierigkeiten dort genauso wie bei [ihm]“ (Z.109f.). Die Probleme beziehen sich vor allem auf das eigenständige Vorgehen (Z.173ff.) und die formal abstrakte Natur der Mathematik (Z.140ff).

Um diesen Schwierigkeiten entgegenzuwirken, nennt Herr B im wesentlichen zwei Strategien: Zunächst „muss man sie immer wieder so nen bisschen äh hinleiten, und mal so nen bisschen Vermittler äh spielen oder ähnliches“ (Z.173ff). Konkret bedeutet dies, dass die Lehrperson „vorne weggeht, so jetzt machen wir dieses hier, jetzt machen wir das, und jetzt das, und jetzt äh... rechnen wir jetzt, ja machen wir Übungsaufgaben“ (Z.816ff). Die Lenkung geschieht im Wesentlichen, indem Lernende und Lehrperson dem systematischen Aufbau der Mathematik (im Schulbuch) folgen (Z.502ff) (Z.418ff): Weil der Lehrer selbst Fehler macht, erarbeitet er sich die Inhalte manchmal „gemeinsam“ mit den Kindern (Z.53ff).

---

<sup>26</sup> Zur Veranschaulichung seien hier lediglich die Textstellen herausgesucht, in denen er wörtlich von „Schwierigkeiten“ der Schülerinnen und Schüler spricht: (Z.108), (Z.122), (Z.135), (Z.145), (Z.156), (Z.176), (Z.249), (Z.327), (Z.539), (Z.829).

---

Als zweite Strategie gilt es die Mathematik „auf die Stufe der Kinder herunterzuschrauben“ (93f.). Aufgabe der Lehrperson ist es dabei, nicht als „der Alleskönner und Alleswisser dazustehen“ (Z.92f.), sondern „auf deren Denkweisen einzugehen“ (Z.100f.).

In der Vorstellung von Herrn B liegt die Hauptverantwortung für das Lernen bei der Lehrperson: „Wenn es tatsächlich äh immer zu wiederkehrenden Schwierigkeiten kommt, dann stell ich mich selbst in Frage, muss ich mal nachgucken, hast du dich äh wohl, wohl ein wenig äh verhaspelt, und hast sie vielleicht überfordert, oder bist nicht auf deren Denkweise eingegangen.“ (Z.86ff). In diesem Zusammenhang schildert Herr B es als Vorteil „dass [er] eben nicht äh Mathematik studiert habe....“ (Z.217). So ist es ihm „aus [seinem] eigenen äh Lernen heraus...“ (Z.218) viel einfacher, sich in die Denkweise der Kinder hineinzusetzen.

Lernen funktioniert in der Vorstellung von Herrn B, indem die Lernenden „etwas Handfestes, äh was was Festgesetztes“ vorgesetzt bekommen, was sie dann nachvollziehen sollen (Z.132ff).<sup>27</sup> Schülerinnen und Schüler müssen aber an keiner Stelle tatsächlich selbst nachdenken. Es geht scheinbar in erster Linie nicht darum, dass sie verstehen, was sie machen, sondern dass sie das Rechenverfahren „umsetzen“ können (Z.540ff). Wenn sie merken, dass sie damit erfolgreich sind (durch ein richtiges Ergebnis), „dann sind sie für Mathematik äh sehr stark motiviert.“ (Z.546). Außerdem merken sie postum, so die Auffassung von Herrn B, dass „sie mit Systematik und äh Logik auch im mathematischen Denkwesen vorankommen“ (Z.117ff.) und „begreifen, dass äh die äh Mathematik äh doch nen bisschen abstraktes Denken voraussetzt...“ (Z.120f.).

Vor diesem Hintergrund müssen „Grundlagen aus dem Eff-Eff“ (Z.163f.) „auswendig gelernt werden“ (Z.164), und so sieht sich Herr B „als Pauker“ (Z.162), der Grundlagen eintrainiert und „auch als Kontrolleur für das systematische Arbeiten“ (Z.168f.).

---

<sup>27</sup> Auch der Lehrer geht selbst so vor, auch er ist abhängig von Vorgaben in Schulbüchern.

---

### 5.3. INTERVIEW MIT HERRN C

Herr C hat das Fach Mathematik studiert und unterrichtet an einer Gesamtschule.

#### 5.3.1. Konzeptionen von Aufgaben

##### Konzeptionen von gegenstandsbezogenen Aspekten von Aufgaben

Aufgaben haben eine hohe Bedeutung für Herrn C: „Ja, wenn ich keine Aufgabe hätte, dann hätte ich nichts zu tun...“ (Z.698f.). In seiner Vorstellung sind sie dabei der Ausgangspunkt vom mathematischen Tun: „Das Problem, die Aufgabe steht im, das ist das Zentrum.“ (Z.708f.) „... und man versucht dann daran, das, was sich an Problemen ergibt, und an Mathematik, daran zu entwickeln.“ (Z.728ff.). Mathematik entsteht in der Auseinandersetzung mit „Problemen“ (ebd.).<sup>28</sup>

Die gegenstandsbezogenen Ziele von Aufgaben beschreibt der Lehrer eng an dieser Auseinandersetzung: In erster Linie geht es ihm darum, dass Schülerinnen und Schüler „anfangen... selbstständig zu denken“ (Z.656). Dazu sollen die Lernenden heuristische Fähigkeiten erwerben: „konkretisieren“ (Z.1050), „vereinfachen“ (Z.1055), „ausprobieren“ (Z.945), etc. Wichtig ist Herrn C außerdem, dass sie im Denken eine „logische Stringenz entwickeln“ (Z.656f.).

Diese gedankliche Auseinandersetzung mit Problemen wird als Ausgangspunkt beschrieben, um „mathematische Strukturen zu erkennen“ (Z.659). Ziel kann es gegebenenfalls sein, am Ende einer Aufgabenbearbeitung ein Rechenverfahren zur Hand zu haben, „das man auf ein Ganzes... ein, eine ganze Serie von Aufgaben anwenden kann“ (Z.691f.). Diese stoffmathematischen Ziele von Aufgaben sind auch wichtig, werden aber dem eigenständigen Denken (auch zeitlich) nachgeordnet beschrieben (siehe genauer 3.2.2.).

Die Funktion von Aufgaben, mathematische Fertigkeiten und Verfahren zu üben, wird von Herrn C an einer Stelle im Interview erwähnt als etwas, „das auch seinen Sinn hat“ (Z.1283). Eine dominante Position von algorithmischen Aufgaben im

---

<sup>28</sup> Bezeichnenderweise spricht Herr C häufig nicht von Aufgaben sondern von „Problemen“ (ebd.).

---

Mathematikunterricht wird aber stark abgelehnt – deutlich in der Wortwahl „*da muss irgend jemand die Schüler mathematisch ziemlich... vergewaltigt haben*“ (Z.216ff).

### **Konzeptionen von methodischen Aspekten von Aufgaben**

Herr C verweist an einigen wenigen Stellen im Interview auf „*geschlossene Aufgaben*“ (Z.1318), so genannte „*Türmchenaufgaben*“ (Z.1340) oder Aufgaben, bei denen „*man den Königsweg einschlägt*“ (Z.673f.). Hier wird von den Schülerinnen und Schülern kein eigenständiges Nachdenken eingefordert: Der Lehrende gibt ein „*Rezept*“ vor, und „*kommentiert*“ das Ergebnis „*mit richtig oder falsch*“ (Z.256ff). „*Das ist dann im Grunde ein Rechenweg, und fertig!*“ (Z.1319).

Seinen Ausführungen im Interview liegt ansonsten durchgängig das Verständnis einer offenen Aufgabe zugrunde: „*Die offenere Aufgabe umfasst eben... umfasst mehr als den, umfasst mehr als den Rechenweg, das Denken... und äh... die Rechenwege sind vielfältig, die Fragestellung sind vielfältig... die sich daraus ergeben können, oder die man daraus interpretieren, und auch die Ergebnisse können vielfältig sein.*“ (Z.1320ff).

Über die Art der Fragestellung von Aufgaben sagt der Lehrer insgesamt wenig. Explizit wird die Präferenz deutlich, „*offene*“ Anweisungen zu geben, weil es sonst nur „*ganz selten mal [passiert], dass ein Schüler von sich aus da abweicht, äh und irgendwie selbstständige Fragen stellt, oder selbstständige Gedanken ins Spiel bringt, weil er im Grunde der Struktur fällt äh folgt.*“ (Z.66ff).

Zentral „*bei der Auseinandersetzung mit der Aufgabe [ist] auch wirklich zu denken...*“ (Z.1137f.). Ausgangspunkt der Bearbeitung ist für Herrn C, dass die Schülerinnen und Schüler bereit sind, sich auf das Problem „*einzulassen*“ (Z.138). Eigenständige Lösungsprozesse von Aufgaben verlaufen nach seiner Auffassung nicht vorstrukturiert: „*Ich finde immer dann, wenn man selber... tatsächlich mal äh... ne Aufgabe hat, die wirklich für einen eine Aufgabe ist, dann stellt man immer wieder fest, dass man den Königsweg nicht einschließt – schlägt, sondern man rechnet, man überlegt, man kommt irgendwann auf ne Lösung, packt es weg, guckt sich das noch mal später an...*“ (Z.671ff). Als „*geschicktes Herangehen*“ (Z.1096) an Aufgaben beschreibt er infolgedessen ein induktives Vorgehen: „*versuchen zu konkretisieren, und zu vereinfachen... und dann zu überlegen, was kommt da raus, und dann gucken, ähm... das Problem zu erweitern... ähm mit dem Ziel, letztendlich zu dem Problem als Ganzen*

---

äh... zu kommen.“ (Z.1069ff). So schafft es der Lernende, sich „entsprechend die Probleme... äh auf, auf seine Größe, die für einen geeignet, für einen persönlich geeignet ist, zurückzufahren.“ (Z.1094f.).

Eine weitere Stütze in dieser eigenständigen Bearbeitung ist für Herrn C das „Bewusstmachen dieses Denkens“ (Z.400): Die Schülerinnen und Schüler werden angehalten ihre Gedankengänge aufzuschreiben<sup>29</sup> (Z.79ff). So müssen sie nach Vorstellung des Lehrers „wirklich das, was sie sich überlegen, reflektieren, und es wirklich auch... auch klar auf den Punkt<sup>30</sup> bringen“ (Z.401f.). Nach seiner Ansicht erledigen sich dadurch viele Probleme der Bearbeitung, weil Schülerinnen und Schüler eigenständig erkennen, wo der Begründungszusammenhang „nicht stimmig“ ist (Z.1205ff). Ist dies nicht der Fall, sollte die Lehrperson die „Gedankengänge der Schüler“ nachvollziehen (z.B.205ff).

Herr C würde nach eigenen Angaben nie in den Prozess einer Aufgabenbearbeitung eingreifen, „auch wenn man, man, man sieht, das es deutlich falsch läuft“ (Z.1127f.). Er begründet dieses wie folgt: „Wenn jemand anfängt, äh.. dann bin ich schon zufrieden. Ich würde... also, wenn man, wenn man so in dieses Herangehen sofort hereinkorrigiert... äh dann, dann... droht man damit Motivation zu nehmen“ (Z.1122ff). Diese eigenständige Vorgehensweise induziert eine Vielfalt an Lösungswegen (1347f.). Herr C beschreibt außerdem mehrere Möglichkeiten richtiger Ergebnisse (Z.1324). Diese unterschiedlichen Ergebnisse sind dabei für den Mathematikunterricht von fundamentaler Bedeutung: Es gilt in der Vorstellung von Herrn C, „die Lösungen selbst auch zu analysieren, zu verallgemeinern, und äh... zu verbreitern, das auf ein Ganzes... ein, eine ganze Serie von Aufgaben anwenden zu können“ (Z.689ff).

### **5.3.2. Konzeptionen von Mathematikunterricht**

#### **Konzeptionen von Mathematik im Mathematikunterricht**

In seinen Beschreibungen der Mathematik zeigt der Lehrer auf die Auseinandersetzung mit Problemen: „letztendlich kommt es darauf an, sich mit dem Problem

---

<sup>29</sup> Besonders eindrücklich sind hier die Erfahrungsberichte über Lerntagebücher (nach Gallin).

<sup>30</sup> Hiermit meint Herr C wohl nicht etwas mathematisch korrekt darzustellen, sondern sich etwas selbst klar zu machen, im Sinne von Verstehen (siehe ebd.).

---

*auseinanderzusetzen [...], wenn das gemacht wurde, und das ist letztendlich Mathematik, wenn wir das Problem analysiert haben, wenn wir es klar auf den Punkt gebracht haben [...], passiert sozusagen in der Mathematik Mathematik.“ (Z.350ff). Hierin zeigt sich eine Vorstellung, die Mathematik als gedankliche Auseinandersetzung<sup>31</sup> mit Problemen versteht. Insbesondere wird Mathematik als eine Tätigkeit gesehen: Mathematik heißt für den Lehrer immer „Mathematik betreiben... [...], sich in so ein Problem reinzuknien und sich damit auseinander zusetzen und darüber nachzudenken, und dann eben auch darüber auch zu kommunizieren.“ (Z.104ff).*

Für die Beschreibung der Problem-Auseinandersetzung sind drei Dinge wichtig: der experimentelle Charakter, allgemein ein strategisches, speziell ein induktives Vorgehen und der Aspekt der logischen Stringenz.

Denken passiert in der Vorstellung von Herrn C nicht strukturiert, entlang von „Königswegen“ (Z.671ff), sondern hat einen experimentellen Charakter. Dies wird explizit in dem Vergleich zum physikalischen Experiment, aber auch deutlich in Metaphern wie „knobeln“ (Z.6) oder „ausprobieren“ (Z.945).

Die Maxime der Induktion bezieht sich zum einen auf die Auseinandersetzung selbst, indem in der Problembearbeitung vom konkreten Beispiel zu der allgemeinen Lösung gegangen wird.. Zum anderen bezieht sie sich auf den Prozess bei der Generierung von Rechenverfahren: Die Einzellösungen der Schüler werden als Ausgangspunkt beschrieben, um zunächst strukturelle Zusammenhänge zu erkennen, und dann einen „privaten Königsweg“ zu entwickeln (Z.684f.).

Mathematisches Denken bedeutet für Herr C „Logik entwickeln“ (Z.656), „Stringenz entwickeln“ (Z.657) bzw. ein „logisches schlüssiges Vorgehen“ (Z.469). In diesen Formulierungen wird implizit klar, dass Logik nicht als Ausgangspunkt von Erkenntnisprozessen verstanden wird. Sie wird vielmehr aufgefasst als Richtschnur zur Überprüfung, ob etwas „stimmig“ ist oder nicht (Z.206ff).

Fachsystematische Wissensbestände sind für Herrn C sekundär: Sie dienen als inhaltlicher Hintergrund für die Problem-Auseinandersetzung (Z.498ff) (Z.633-636). Die Bevorzugung der allgemeinen Denkkompetenz vor den Inhalten wird durch die

---

<sup>31</sup> Der Begriff Problemauseinandersetzung trifft die Vorstellung des Herrn C besser als der Begriff Problemlösung, weil es nicht darauf ankommt, ein Problem tatsächlich zu lösen.

---

Austauschbarkeit mit dem Fach Schach betont: *„Letztendlich könnte man... auch darüber nachdenken, ob man, ob man Mathematik nicht sogar ganz knickt, und sagt, das braucht man gar nicht, man kann genauso gut äh, Schach spielen, [...] daran kann man das Denken lernen... und die Zusammenhänge.“* (Z.488-496).

Herr C sieht nur einen schwachen Bezug zwischen mathematischen Fachinhalten und der Wirklichkeit. Mathematische Grundfertigkeiten, wie beispielsweise das Multiplizieren, werden für das reale Leben als nützlich beschrieben. Je komplexer die Mathematik von der Fachsystematik her wird, desto stärker geht dieser Bezug verloren (Z.755ff), was sich auch in folgendem Zitat niederschlägt: *„Ähm, ich denke, je... je tiefer man in eine Wissenschaft einsteigt, desto mehr... werden die Probleme sozusagen... innerwissenschaftlich.“* (Z.749ff.). Auch die Bedeutung der Mathematik für die Lebensbewältigung im Alltag wird als gering eingestuft, vor allem im Vergleich mit der Lese- und Schreibkompetenz (Z.560ff).

### **Konzeptionen von Lernen und Lehren im Mathematikunterricht**

Herr C zeigt in seinen Ausführungen eine starke Schülerzentrierung im Lernen: Nach seiner Auffassung gibt der *„Frontalunterricht“* der Lehrperson zwar *„subjektiv das Gefühl, dass die Schüler dem folgen. Ist aber objektiv gar nicht so... weil die Schüler sich mit was auch immer beschäftigen“* (Z.144ff). Egal, wie sehr sich der Lehrende auch *„anstrengt“*, *„die Schüler hinzuzwingen, in die Richtung, die man möchte“*, steht für Herrn C fest, *„dass man sie eben nicht hingezwungen kriegt.“* (Z.152ff.). Als entscheidenden Punkt für die Initiation von Lernprozessen beschreibt er, dass *„sich Schüler auf Mathematik einlassen“* (Z.133f.). In der Konsequenz spricht der Lehrer davon, dass *„es ne Illusion [ist] davon auszugehen, dass ich, dass ich alle immer erreiche...“* (Z.196ff.). Für ihn sind *„das ja nie ganze Klassen“* (Z.133), sondern einzelne Schüler, die sich mit Mathematik eigenständig beschäftigen.

Eigenständige Auseinandersetzung erfordert, dass die Lehrperson sich zurücknimmt: *„Wenn ich mich so steif ans ans Lehrbuch halte und so blablabla, dann dann... passiert es ganz selten mal, dass ein Schüler von sich da, von sich aus dahin abweicht, äh, und da irgendwie selbstständige Fragen stellt, oder selbstständige Gedanken in Spiel bringt, weil er im Grunde dann der Struktur fällt äh folgt.“* (Z.64ff). Außerdem sollten nach Auffassung von Herrn C Denkprozesse nicht sofort kommentiert werden, denn *„wenn*

---

man so in dieses Herangehen sofort hereinkorrigiert... äh dann, dann... droht man damit Motivation zu nehmen.“<sup>32</sup> (Z.1024). Das Ziel eines solchen Lernprozesses ist, dass der Lehrende „überflüssig“ (Z.317) wird. In der Vorstellung von Herrn C liegen die Schwierigkeiten mit dieser Selbsttätigkeit vor allem an den Erfahrungen der Lernenden, dass „*eigene Ideen und so weiter... nicht gefordert waren*“ (Z.221), der Lehrer ihnen stattdessen ein „Rezept“ (Z.256) gibt, und es hinterher nur noch um „*richtig oder falsch*“ (Z.20f.) geht. Seine Aufgabe sieht er darin, „*irgendwie so’n, so’n... Übergang [zu] finden, von dem was sie gewohnt sind, zu dem, was ich gerne möchte.*“ (Z.268ff.). Dafür sind nach Überzeugung von Herrn C verschiedene Strategien notwendig: Das induktiv-experimentelle Herangehen hat für ihn eine hohe Bedeutung, weil der Schüler „*sich so entsprechend die Probleme äh auf, auf seine Größe, die für einen geeignet, für einen persönlich geeignet ist, zurückfahren*“ kann (Z.1096ff.). Um das Denken zu lernen, sollen die Lernenden dazu „*die Gedanken deshalb mit... mit aufschreiben...*“ (Z.484). Das Resultat dessen ist, „*dass sie sich äh... dieses Denkens dann auch bewusst werden, weil sie es eben aufschreiben.*“ (Z.399f.). Außerdem ermöglicht dieses Vorgehen der Lehrperson, die Schülerinnen und Schüler „*an dem Punkt [abzuholen], wo sie stehen*“ (Z.986). In Herrn C’s Konzeption sollte der Lehrende im Nachhinein „*eine Rückmeldung geben, das da meinetwegen die die Logik stimmig ist, bis zu einem gewissen Punkt, das da nen Bruch ist, aber dann meinetwegen die Logik wieder stimmt, auch wenn die Lösung am Ende nicht nicht die Richtige ist*“ (Z.204ff.).

Wichtig für die Motivation in die Auseinandersetzung mit Problemen ist Herrn C, dass etwas „*passiert, was unerwartet*“ ist (Z.44): „*wenn was von vorneherein alles so... vorstrukturiert ist, wo man sowieso schon weiß, was raus kommt*“ (Z.41ff.), dann ist das „*uninteressant*“ (Z.41). Um dieser Maxime zu genügen, muss Herr C darauf verzichten seinen Unterricht im Voraus zu planen, weil er die „*Schülerreaktionen nicht planen kann*“ (Z.272ff.). Er selbst wird damit zum Problembetreiber im Unterricht, der „*manchmal dann die Lösung auch nicht sieht*“ (Z.48)

---

<sup>32</sup> Auch am Anfang des Interviews schildert er eine Problemsituation, bei der er ständig durch ihn korrigierende Kommentare am eigenständigen Bearbeiten gestört wird (Z.11ff.).

---

## 5.4. Interview mit Frau D

Frau C ist studierte Mathematiklehrerin an einem Gymnasium.

### 5.4.1. Konzeptionen von Aufgaben

#### Konzeptionen von gegenstandsbezogenen Aspekten von Aufgaben

Aufgaben sind in der Vorstellung von Frau D von fundamentaler Bedeutung für die Mathematik: *„Mathematik ohne ne Aufgabe? (Lachen) Geht irgendwie nicht!“* (Z.311f.). Interessant ist die Perspektive: *„Nen Unterricht ohne ne konkrete Aufgabenstellung [...] das macht man eigentlich kaum noch, dass man... Theoriesachen einfach nur so macht ohne nen Grund, also und ohne auch dass man irgendwie da... ne Begründung hat, warum ich das jetzt mache... Ja, das kann ich mir gar nicht vorstellen!“* (Z.327ff.). Aus der Perspektive von Frau D legitimieren so Fragestellungen das Verwenden von mathematischer Theorie im Unterricht. Es sind diese Aufgabenstellungen, die einen „Sinnzusammenhang“ herstellen (Z.585).

Frau D beschreibt verschiedene gegenstandsbezogene Intentionen von Aufgaben. Das „eigentliche“ Ziel aber ist das „Anwenden“ (Z.87f.). Hier konkretisiert sie vier Kategorien: Die Schülerinnen und Schüler sollen anhand von Problemstellungen lernen, *„sich die Welt mit mathematischen Hilfsmitteln, soweit sie sie brauchen,<sup>33</sup> zu erobern.“* (Z.554ff.). Ausgehend von problematischen Modellierungsbeispielen sollen sie mathematische Praktiken *„hinterfragen“* lernen (z.B. Z.183). Beide Aspekte dienen nach Ansicht von Frau D dazu, Schülerinnen und Schüler zu *„selbstständigen Mitbürgern“* zu erziehen (Z.553) und sind für sie die zentralen Kategorien des Anwendungsaspektes. Daneben können anwendungsbezogene Aufgaben, so die Vorstellung der Lehrerin, bei den Schülerinnen und Schüler zu einer Änderung der *„Einstellung“* gegenüber Mathematik führen (Z.76ff.).<sup>34</sup> Schließlich nennt sie als Ziel von anwendungsorientierten Aufgaben das bessere Erinnern von Standardverfahren (Z.128ff.).

---

<sup>33</sup> An anderer Stelle zeigt sie dabei auch auf die Zukunft der Lernenden: *„Also auch so nen Überblick... für Dinge Dinge, die die auf einen zukommen können, das wär auch sehr wichtig...“* (Z.219).

<sup>34</sup> Frau D schildert die Änderung wie folgt: In dem für mathematisches Modellieren das Vorgehen schriftlich begründet werden muss, können Schülerinnen und Schüler davon überzeugt werden, dass Mathematikunterricht nicht nur mechanisches „Türmchenrudeln“ ist (ebd.).

---

Frau D thematisiert neben diesen rein anwendungsbezogenen Intentionen die Schulung einer allgemeinen Problemlösekompetenz: Anhand von Aufgabenbearbeitungen sollen die Schülerinnen und Schüler *„lernen, sich... äh Dinge selbst zu erarbeiten... dann äh... sich also Sachen auch selber zu erschließen... wissen, wo man sich eventuell Hilfe holen kann...“* (Z.160ff.). Immer wieder erwähnt Frau D auch das Üben von Grundfertigkeiten als eine Funktion von Aufgaben, um die sie *„nicht herumkommt“* (Z.279): Wichtig ist ihr dabei, *„dass dieses dieses Türmerudeln, wie ich das nenne, dass das nicht als Mathematik verstanden wird“* (Z.169ff.).

### **Konzeptionen von methodischen Aspekten von Aufgaben**

Frau D unterscheidet Aufgaben hinsichtlich der Länge der Bearbeitungszeit: Sogenannte *„kleine“* (Z.432). Aufgaben charakterisiert sie durch den engen Dreischritt *„ne Frage, ne Rechnung, ne Antwort“* (Z.369). Bei kleinen Aufgaben wird die Fragestellung *„eng gelassen“* (Z.592), und nach dem *„Runterrudeln“* (Z.582), gibt es dann ein Ergebnis, *„das richtig oder falsch“* (Z.202f.) ist. Ihr Eingreifen bei einer fehlerhaften Bearbeitung beschreibt die Lehrerin wie folgt: *„Wenn es nur um diese kleinen Rechnungen geht, und jemand hat gründlich was falsch verstanden, ist es sinnvoll, ich sage ihnen gleich: Du guck mal hier, dass ist nicht richtig...“* (Z.432ff.). Umgekehrt, bei richtigem Ergebnis, gibt es einen *„Haken“* (Z.385).

*„Umfangreichere“* (Z.301) Aufgaben zeichnen sich in den Beschreibungen von Frau D durch graduelle Unterschiede in der Offenheit des Arbeitsauftrages aus: Aufgaben, die auch die Herangehensweise für den Lernenden vollkommen offen lassen, sind diejenigen, die *„auf ne Fragestellung ganz verzichten, und die Schüler selbst eine finden lassen.“* (Z.375ff.). Hier werden die Schülerinnen und Schüler mit bestimmten *„Daten“* konfrontiert, aus denen sie selbst herausfinden müssen, was ihnen daran wichtig erscheint (Z.656ff.). Die Lehrerin beschreibt Anweisungen, die verschiedene Bearbeitungswege ermöglichen oder explizit dazu auffordern (Z.58ff.). Außerdem nennt sie Fragestellungen, die verlangen, dass etwas Bestimmtes getan werden soll, den Schülerinnen und Schüler dabei aber offen lässt, zu welchem Zeitpunkt der Bearbeitung dieses sinnvoll sein soll (Z.439ff.). In dieser Beschreibung wird deutlich, dass der Grad an Offenheit der Fragestellung in engem Zusammenhang zu dem Grad an eigenständiger Bearbeitung durch den Lernenden gesehen wird. Insgesamt aber müssen

---

die Schülerinnen und Schüler bei „umfangreicheren“ Aufgaben immer selbst entscheiden, „wie sie vorgehen wollen, wie sie die Sachen darstellen wollen, und was dann nun aus diesen Dingen als besonders wichtig irgendwie... äh herausstreichen.“ (679ff.). Die Vorgehensweise wird von der Lehrerin mit Metaphern wie „spielen“ (Z.285), „herumprobieren“ (ebd.), „Irrwege gehen“ (Z.512) etc. beschrieben. Entscheidungskriterium (im Nachhinein) ist, inwiefern das Vorgehen „sinnvoll“ (z.B. Z.282) war. Die Sinnhaftigkeit von Bearbeitungen gilt es „schriftlich zu begründen“ (335ff.). Maßstab für den Sinn ist bei Anwendungsaufgaben der außermathematische Kontext, der von Frau D sehr ernst genommen wird.<sup>35</sup> Das gilt insbesondere bei Modellierungsaufgaben: Es ist zu überprüfen, inwiefern die Fragestellung den Ausgangsdaten angemessen war (Z.186ff.), oder ob dafür noch weitere Informationen zu beschaffen sind (Z.384f.), ob der mathematische Ansatz dieser Fragestellung genügt (Z.187ff), und schließlich zu „hinterfragen“ (Z.209), „macht denn das Ergebnis jetzt irgendeine Form von Sinn?“ (Z.204). Stringent wirkt in diesem Zusammenhang auch das „vorsichtige“ Eingreifen bei fehlerhaften Bearbeitungen mit der folgenden (beispielhaft angefügten) Frage nach dem Sinn: „Hast du dir überlegt, warum jetzt das und das... günstig oder nicht so günstig ist?“ (Z.438).

In der Vorstellung von Frau D können die Ergebnisse umfangreicherer Aufgaben aufgrund der unterschiedlichen Vorgehensweisen „zum Teil eben ganz anders aussehen“ (Z.682f.).

Offen scheinen die Bearbeitungen der Aufgaben in einer Hinsicht allerdings nicht: An keiner Stelle des Interviews beschreibt die Lehrerin sich selbst als Problemlösende im Unterrichtsprozess. In der Regel scheint sie vorher einen „Maximalkatalog“ (Z.426) von möglichen Bearbeitungswegen zu erstellen.<sup>36</sup> Auch wenn diese Wege den Schülerinnen und Schüler nicht vorgegeben werden, gilt es sie „zu finden“ (Z.677).

---

<sup>35</sup> Sie lässt auch Fragen im Mathematikunterricht zu, die „über den Rand der Mathematik“ hinausgehen (wie etwa: welche Interessen stehen hinter einer Manipulation einer Modellierung) (Z.626).

<sup>36</sup> Das schließt natürlich nicht aus, dass es nicht auch dazu kommt, dass Schülerinnen und Schüler Bearbeitungen finden, die von Frau D vorher nicht bedacht waren. Diese Erfahrung wird aber an keiner Stelle beschrieben.

---

#### 5.4.2. Konzeptionen von Mathematikunterricht

##### Konzeptionen von Mathematik im Mathematikunterricht

Frau D benennt im Interview drei Aspekte von Mathematik: „Anwenden in Situationen, die was mit draußen zu tun haben“ (Z.10), „spielerische Elemente“ (Z.15) und „Rechnen“ (Z.25). Zentral für ihr Konzept von Mathematik erscheint der Anwendungsaspekt: Folgt man ihren detailreichen Ausführungen über anwendungsbezogene Aufgaben (vgl. 4.2.1.), so unterscheidet sie pädagogische, psychologische, sozio-kulturelle und stoffinhaltliche Aspekte (vgl. I.2.1.1.).

Mathematik geschieht in der Vorstellung von Frau D nicht zweckfrei, sondern ist immer bezogen auf etwas, das den Nutzen legitimiert: „Das man Theoriesachen einfach nur so macht ohne nen Grund, also und ohne auch dass man irgendwie da... ne Begründung hat, warum ich das jetzt mache... Ja, das kann ich mir jetzt gar nicht vorstellen!“ (Z.335ff). Stattdessen wird nach dem Nutzen gefragt: „Wofür kann ich das überhaupt gebrauchen?“ (Z.205) Sinnstrukturen in Form von Fragestellungen konstituieren für Frau D Zusammenhänge in der Mathematik (Z.585, Z.326ff). Vor diesem Hintergrund bekommt der Anwendungsaspekt seine fundamentale Bedeutung: „Was mach ich mit Mathematik, wenn ichs nicht irgendwie für mein Leben sinnvoll anwenden kann?“ (Z.207ff). Ein Zweck ist hier der des „Hilfsmittels“ (Z.555) zur Lebensbewältigung. Auch wenn das nicht als „ne spezielle Geschichte nur von Mathematik“ angesehen wird, so wird von Frau D der Anwendungsaspekt gerade deswegen als wichtig eingeschätzt, weil man hieran das „kritische Hinterfragen“ üben kann (Z.183). Wichtig ist auch der Nutzen von innermathematischen Gedankenspielen, die verstanden werden als „das, was man einfach unter Denkfähigkeit schulen vielleicht auch noch abheften könnte“ (Z.282ff.). Als nur bedingt sinnvoll wird das Rechnen beschrieben: „Wenn ich immer nur... äh ne Formel ihnen gebe, und wenn sie die Formel vergessen haben, können sie nicht mehr rechnen, und sie werden die Formel vergessen... das kann doch nicht der Sinn der Sache sein...“ (Z.556ff). Wenn trotzdem im Mathematikunterricht gerechnet wird, dann um Grundfertigkeiten zu festigen (Z.278) oder die Bedürfnisse der Schülerinnen und Schüler nach richtig und falsch zu „befriedigen“ (Z.394). Wichtig aber ist, das „dieses Türmerudeln (...) nicht als Mathematik verstanden wird.“ (Z.169f.). Neben der Orientierung am Nutzen beschreibt Frau D zwei weitere Eigenschaften von Mathematik: Zum einen weist sie mit Metaphern wie „spielen“ (Z.285),

---

„herumprobieren“ (ebd.), „Irrwege gehen“ (Z.512) auf den experimentellen Charakter von Mathematik. Zum anderen gilt es „*hinter die scheinbare Objektivität*“ von Mathematik zu kommen (Z.193). Dazu muss hinterfragt werden, inwiefern Fragestellungen, Mathematisierungen und hinterher mathematische Resultate in Bezug auf ihren realen Kontext sinnvoll oder eben nicht sinnvoll gewählt wurden (siehe 4.2.2.). Sie beschreibt, wie durch die Kritik an Modellierungspraktiken eigenständige Modellbildungen ausgelöst werden, und Mathematik entsteht (Z.384ff).

### **Konzeptionen von Lehren und Lernen im Mathematikunterricht**

Lernen heißt für Frau D nicht Auswendiglernen von Regeln: „*Dass man sich hinstellt und ne Definition der Reihe nach auswendig lernt, also das gibt es eigentlich gar nicht mehr.*“ (Z.327ff). Mechanisches Lernen, wie das „*Runterrudeln* von *Türmchenaufgaben*“ oder „*Einsetzen in Formeln*“ hat für sie einen eng begrenzten Stellenwert (siehe 4.3.1.).

Primär ist Lernen für Frau D ein Prozess, der aktiv-entdeckend verläuft: Die Schülerinnen und Schüler müssen „*sich... (äh) Dinge selbst [...] erarbeiten*“, „*sich die Dinge selber erschließen*“ (Z.161f.). Lernen wird in diesem Zusammenhang als ein nicht vorstrukturierter Prozess beschrieben, der „*vielleicht in die Irre führen*“ kann (Z.287).

Methodisches (wie gegenständliches) Ziel von Mathematikunterricht ist die „*Verantwortung für das eigene Lernen*“ (Z.398), auch wenn Frau D immer wieder die Schwierigkeiten formuliert. Interessant ist die Begründung, die sie dafür anbietet: „*Das [eigenständige Ausprobieren, Rückbezug auf Vorangegangenes] ist ganz schwierig, im, also sag ich mal, mit den Bildern, weil... äh Schüler, wenn sie lange in der Schule waren, also quasi ähm.. fordern: Nun nun gib mal hier die Lösung her, und erst mal ganz nervös werden, wenn es dann nicht gleich passiert.*“ (Z.289ff) (siehe auch: Z.76ff, Z.200ff, Z.228ff, Z.391ff). Weil die Vorstellungen<sup>37</sup> über Mathematik die Schülerinnen und Schüler behindert, selbstständig vorzugehen, muss der Lehrende „*vorsichtig*“ „*Umbruch leisten*“, und freie Arbeitsformen gewöhnen (Z.293ff). In Frau D's Konzeption der Lehrperson muss diese auf die individuellen Bedürfnisse der

---

<sup>37</sup> Frau D verwendet die Begriffe „*Bilder*“, „*Erwartung*“, „*traditionelle Rolle*“, „*Einstellung*“.

---

Schülerinnen und Schüler eingehen, „sehen, was brauchen die Kinder jetzt. An Erklärungen, an Freiheiten, an Phasen“ (Z.145ff.). Je nachdem, was sinnvoll ist, „entscheidet“ (Z.142) die Lehrerin, „ihnen dass noch mal zu erklären, ne Partnerarbeit, ne Einzelarbeit zu machen, (...) oder äh zu sagen: Okay, jetzt machen wir ne Gruppenarbeit.“ (Z.123ff). Frau D sieht sich selbst als „Managerin des Lernens“ (Z.147), die den Lernprozess entlang von „Sinnzusammenhängen“ (Z.585) ordnet. Diese Einschränkung der Selbstständigkeit der Schülerinnen und Schüler spiegelt sich auch darin wieder, dass diese in dem eigenständigen Prozess der Problemlösung auf „die Ideen kommen sollen“, die sich die Lehrerin vorher entwickelt hat (Z.46ff) (siehe auch 4.2.2.). Ihre Beschreibungen über Lernen gehen in einem bestimmten Punkt über dieses ‚Nach-Erfinden‘<sup>38</sup> hinaus: Zentraler Ausgangspunkt für das Lernen im Anwendungsbereich ist die Kritik an mathematischen Modellierungen (z.B. Z.186ff). Hier geschieht Lernen durch „Hinterfragen“ von Sinnhaftigkeit.

## **5.5. ZUSAMMENFASSUNG**

### **1. Ergebnis: Die Konzeptionen von Lehrerinnen und Lehrer über Mathematik, Lehr-Lern-Formen und Aufgaben sind vielfältig und variantenreich.**

Insgesamt zeigt sich in den Ausführungen der befragten Lehrerinnen und Lehrer ein breit gefächertes Bild. Diese Vielfalt findet sich, etwas eingeschränkter natürlich, in den Konzeptionen Einzelner wieder: Die befragten Lehrerinnen und Lehrer zeichnen sich dadurch aus, dass sie über ein facettenreiches Bild von Wissensgegenständen verfügen. Dennoch lässt sich häufig eine mehr oder weniger eindeutige Präferenz für eine bestimmte Konzeption über Mathematik, Lehr-Lern-Formen und Aufgaben im Mathematikunterricht ausmachen. Entsprechend der Darstellungen zum Gegenstandsbereich im Theorieteil soll daher die Zusammenfassung der Interviewauswertungen entlang einer dualistischen Einordnung vorgenommen werden.

### **2. Ergebnis: Die Konzeptionen über Gegenstandsaspekte von Aufgaben können in ‚Wissens-‘ und ‚handlungsorientierte‘ Zielsetzungen unterschieden werden.**

---

<sup>38</sup> Wir wählen die Bezeichnung Nach-Erfinden, weil die Schülerinnen und Schüler die Mathematik finden sollen, die die Lehrerin vorher schon kennt.

---

In der Vorstellung von Herrn A dienen Aufgaben den Zielen von Mathematikunterricht. Sie helfen den Unterrichtsstoff vor- oder nachzubereiten und zu festigen. In seltenen Fällen bieten sie strukturelle Vernetzungen oder (noch seltener) einen Bezug zu Anwendungen. Vor allem aber dienen sie dazu, den Blick der Schülerinnen und Schüler und Schüler für das Know-how der mathematischen Sprache zu schulen. So sind Aufgaben für geübte Oberstufenschülerinnen und –schüler nach Auffassung von Herrn A nicht mehr von hoher Bedeutung.

Aufgaben sollen aus der Perspektive von Herrn B dazu dienen, abstrakte Mathematik für den Unterricht durch etwas Handfestes zu veranschaulichen. Mit ihnen sollen vor allem Grundrechenarten und Rechenfertigkeiten, aber auch das Umsetzen von Rechenverfahren geübt werden. Selten vorkommende Anwendungsbezüge werden eigentlich in einen Raum außerhalb des Mathematikunterrichts verbannt. Aufgaben müssen in der Vorstellung des Lehrers nicht immer zweckgebunden sein.

In der Konzeption von Herrn C sind Aufgaben Ausgangspunkt und Zentrum von Mathematik. Aufgaben dienen also nicht dem Mathematikunterricht, vielmehr entsteht Mathematik in der Auseinandersetzung mit Aufgaben. Der Lehrer betont die Förderung der Denkkompetenz bei den Gegenstandszielen: eigenständiges, strategisches und logisch-stringentes Denken. Stoffinhaltliche Ziele wie das Erkennen von strukturellen Zusammenhängen und die Entwicklung von Rechenverfahren sind dem nachgeordnet.

Aufgaben dienen aus der Perspektive von Frau D auch dem Üben von Grundfertigkeiten. Wichtiger ist ihr jedoch die Schulung einer allgemeinen Problemlösekompetenz. Das kann in reinmathematischen Bereichen (in so genannten Gedankenspielen) passieren oder, und diesen Aspekt hebt Frau D besonders hervor, in anwendungsbezogenen Problemsituationen. Hier gilt es vor allem die mathematischen Anforderungen in Alltagssituationen zu bewältigen und Modellierungspraktiken in der Gesellschaft zu hinterfragen. In der Konzeption von Frau D sind Fragestellungen von Aufgaben Ausgangspunkt von Mathematik und legitimieren erst das Verwenden mathematischer Theorie.

#### **FAZIT:**

Herr A und Herr B zeigen in den Äußerungen zu Gegenstandszielen von Aufgaben eine starke **Wissensorientierung**. Dabei betont Herr A das Erwerben einer

---

*Sprachkompetenz*<sup>39</sup> und Herr B die *Fertigkeitskompetenz*. In Herrn C's und Frau D's Konzeption über die Intentionen von Aufgaben wird eine **Handlungsorientierung** deutlich. Beiden ist das Schulen einer allgemeinen *Problemlösekompetenz* vorrangig<sup>40</sup>, Herr C legt dabei explizit starkes Gewicht auf die Auseinandersetzung selbst, so dass man besser von einer *Problem-Auseinandersetzungskompetenz* sprechen müsste.

### **3. Ergebnis: Die Konzeptionen über methodische Aspekte von Aufgaben können im Sinne von ‚Tasks‘ und ‚Problems‘ differenziert werden.**

Nach Ansicht von Herrn A sollten Arbeitsanweisungen klar und präzise im Ausdruck sein und nur Begriffe verwenden und verlangen, die bereits im Unterricht besprochen wurden. Für die Aufgabenbearbeitung ist es wichtig, dass die Anweisung sprachlich genau verstanden wird. Die in ihr enthaltenen mathematischen Begriffe müssen erkannt und zugeordnet, und Wissen über verbundene Sätze und Eigenschaften parat gehalten werden. Eigene Leistung des Problembearbeitenden ist die richtige Verknüpfung dieses Wissens. Zentral ist bei der Bearbeitung ein zielgerichtetes und sorgfältiges Vorgehen. Sonst gilt sie als fehlerhaft und wird zentral abgebrochen. Das Ergebnis ist für Herrn A immer eindeutig.

In der Vorstellung von Herrn B muss eine Arbeitsanweisung für die Schülerinnen und Schüler einfach nachzuvollziehen sein. Die Aufgabenstellung sollte möglichst wenige Zwischenschritte verlangen und direkt auf ein Ergebnis zielen. Bei der Bearbeitung sollte nach Auffassung des Lehrers ein äquivalentes Aufgabenbeispiel schrittweise nachgegangen, und möglichst wenig Eigentätigkeit von den Schülerinnen und Schüler und Schülern eingefordert werden. Ein falsches Ergebnis entsteht nach Herrn B durch fehlerhaftes Umsetzen einer Regel oder beim Anwenden, weil hier die selbstständige Übersetzung durch die Lernenden verlangt wird. Das Ergebnis einer Aufgabenbearbeitung ist eine (eindeutige) Zahl.

---

<sup>39</sup> Sprach-, nicht Sprech-Kompetenz, weil es ihm immer zunächst um Vokabeln (Wissensbestände) und Syntaxregeln (Regeln der Logik) geht, und nicht um das aktive Sprechen.

<sup>40</sup> Vor allem Frau D betont auch Aspekte der Wissensorientierung. Dominant erscheint bei ihr jedoch die Problemlösekompetenz.

---

Arbeitsanweisungen in der Aufgabenkonzeption von Herrn C müssen den Lernenden genügend Freiraum geben, eigenständig arbeiten zu können. Zentral ist ihm, dass in der Problemauseinandersetzung selbstständig gedacht wird. Dafür ist es zunächst wichtig sich auf das Problem einzulassen. In dem Prozess, den Herr C als nicht vorstrukturiert beschreibt, sollte man heuristische Strategien anwenden, um eigenständig das Problem auf einem den Fähigkeiten angemessenen Niveau bearbeiten zu können. Hier nennt er insbesondere ein induktives Vorgehen. Außerdem gehört dazu eine Reflektion der Denkprozesse durch schriftliches Begründen. In dieser Konzeption einer Problembearbeitung wird es als störend empfunden, bei Fehlern korrigierend einzugreifen. Rolle der Lehrperson ist es vielmehr, a posteriori Gedankengänge der Einzelnen auf ihre logische Stimmigkeit hin zu überprüfen. Herr C's methodische Ausführungen über Aufgaben induzieren sowohl verschiedene Lösungswege als auch Ergebnisse.

Frau D beschreibt „kleine Aufgaben“ als solche, die eine enge Frageformulierung, eine kurze Rechnung und ein eindeutiges Ergebnis umfassen. „Umfangreiche Aufgaben“ variieren in dem Grad der Offenheit der Arbeitsanweisung. Der Prozess der Problembearbeitung ist für sie durch einen experimentellen Charakter gekennzeichnet, indem die Einzelnen eigenständig entscheiden müssen, welchen Weg sie wählen und inwiefern ihr Vorgehen sinnvoll war. Bei einer ungünstigen Entscheidung sollte die Lehrperson vorsichtig eine Begründung des Lernenden einfordern. Frau D beschreibt, wie aus der Problembearbeitung verschiedene Lösungswege und Ergebnisse resultieren – allerdings sind diese der Lehrerin in der Regel im Vorwege bekannt.

#### **FAZIT:**

Herrn A's und Herrn B's Ausführungen zu Methodik von Mathematikaufgaben in der Schule liegt eher eine Konzeption im Sinne von **Tasks** zugrunde: In den Darstellungen über Aufgabenbearbeitungen wird klar, dass den Lernenden bereits das notwendige Wissen zur Lösung vorliegt. Es geht in der Bearbeitung dann darum, entweder dieses Wissen richtig zu verknüpfen bzw. richtig zu reproduzieren.

Herr C's und Frau D's Konzeptionen tragen die Handschrift der **Problemorientierung**: Das selbstständige Kreieren von Lösungswegen, das eigenständige Denken und Entscheiden sind hier die fundamentalen Strategien zur Problembearbeitung.

---

#### 4. Ergebnis: Die Konzeptionen von Mathematik (im Mathematikunterricht) können in ‚statische‘ und ‚dynamische‘ Orientierungen unterschieden werden.

Für Herrn A ist Mathematik eine Sprache, die präzise und sprachlich nicht-redundante Formulierungen verwendet. Sie ist logisch-deduktiv angeordnet.

Herr B thematisiert Mathematik als einen Wissensbestand an Zahlen, Regeln und Algorithmen. Mathematik ist in seiner Vorstellung klar systematisch gegliedert (im Sinne eines additiven Verständnisses von Logik), abstrakt im Sinne von schwer verständlich und unveränderlich.

Herr C versteht Mathematik als gedankliche Auseinandersetzung mit Problemen. Diese Tätigkeit ist für ihn gekennzeichnet durch einen experimentell-induktiven Charakter entlang der Richtschnur der logischen Stimmigkeit. Seine Konzeption über Mathematik ist folglich als prozess-orientiert zu bezeichnen.

Frau D zeigt in ihrer Vorstellung von Mathematik eine klare Präferenz für die Anwendungsorientierung. Mathematik passiert in ihrer Vorstellung niemals zweckfrei, sondern legitimiert sich durch ihren Nutzen. (Anwendungsbezogenes) Mathematikbetreiben ist nicht objektiv (höchstens sinnvoll oder nicht sinnvoll) und funktioniert nicht vorstrukturiert, sondern spielerisch-experimentell. Die Lehrerin hat ein sehr weites Bedeutungsverständnis von Anwendungen, in der u.a. Mathematik aus Modellierungen einer realen Situation entsteht.

#### FAZIT:

Herr A und Herr B zeigen **statische** Vorstellungen von Mathematik. Gemäß der Begriffsbildung in I.2.1. über die Typen von Mathematik ist die Konzeption von Herrn A als *formalistisch* zu bezeichnen. Klar *schema-orientiert* ist die Vorstellung von Herrn B.

Die Konzeptionen von Mathematik von Herr C und Frau D sind als dominant **dynamisch** zu charakterisieren, wobei bei Herrn C der *Prozess-Aspekt* und bei Frau D die *Anwendungs-Orientierung* überwiegt.

#### 5. Ergebnis: In den Konzeptionen Von Lehren und Lernen im Mathematikunterricht können ‚statische‘ und ‚dynamische‘ Aspekte rekonstruiert werden.

---

Die Ausführungen von Herrn A und Herrn B zeigen eine starke Lehrerzentrierung für den Lehr-Lern-Prozess: Wesentlich scheint bei ihnen die Initiationen durch die Lehrperson (Herr B nimmt dabei die Person des Lehrenden etwas zurück).

Für das Lehren sollte in ihrer Vorstellung das „Zerlegungsprinzips“ gelten: Weil Schüler nicht in der Lage sind, selbstständig zu arbeiten, muss der Lehrende durch den Unterricht führen und dazu sein Lehrverhalten ganz genau an die der Lerngruppe anpassen. Herr A meint dies insbesondere deswegen gut zu können, weil er die mathematische Fachkompetenz dazu hat, und das fachliche Ziel kennt. Zentrale Rolle der Lehrperson ist für ihn die des Wissensvermittlers. Herr B sieht das genau umgekehrt: Weil er selbst Schwierigkeiten mit Mathematik hat, könne er sich insbesondere gut auf das Niveau der Schüler ‚herunterschrauben‘. Er beschreibt seine Rolle als Lehrperson mit den Metaphern ‚Lenker‘, ‚Pauker‘ und ‚Kontrollleur‘.

Analog sind ihre Beschreibungen über das Lernen zu betrachten: An die Lernenden müssen Wissensformen von außen herangetragen werden.<sup>41</sup> In der Vorstellung von Herrn A lernen die Lernenden zunächst durch das Verstehen im Nachvollziehen und Reproduzieren, erst dann durch Entdecken und Produzieren. Um bei der Sprach-Metapher zu bleiben: Seiner Auffassung nach muss man, um eine Sprache zu erlernen, zunächst Vokabeln und Syntaxregeln beherrschen, und kann erst danach beginnen, diese aktiv zu sprechen. Für Herrn B geschieht Lernen durch das Reproduzieren von Rechenverfahren. Wichtig ist ihm nicht unbedingt das Verstehen, sondern dass man ein Verfahren verwenden kann..

Herr C und Frau D betonen im Lehr-Lern-Prozess eine Schülerzentrierung, wobei Frau D die Bedeutung der Lehrperson insgesamt etwas stärker hervorhebt.

Das Lehren funktioniert in ihrer Konzeption gemäß des „Konfrontationsprinzips“. Auch sie formulieren Schwierigkeiten der Lernenden im eigenständigen Lernen, dennoch sollten ihrer Auffassung nach diese „vorsichtig“ an das freie Arbeiten gewöhnt werden. Herr C sieht es als Aufgabe der Lehrperson, ihre Fachkompetenz dahingehend zu nutzen, die logische Stimmigkeit von Schülergedanken nachzuvollziehen. Seine Rollenzuschreibungen der Lehrperson lassen sich mit den Bezeichnungen ‚Berater von

---

<sup>41</sup> Herr A meint das Lernende deswegen nicht eigenständig arbeiten können, weil ihnen das fachliche Ziel dahinter nicht bewusst ist. Dieselben Probleme liegen in der Vorstellung von Herrn B darin begründet, das Mathematik schwer verständlich ist.

---

Einzelnen’, ‚Moderator einer Lerngruppe’, oder auch ‚Problembetreiber im Unterricht’<sup>42</sup> zusammenfassen. Frau D stellt die Lehrperson etwas stärker in den Vordergrund: Sie entscheidet, wann es für Schülerinnen und Schüler sinnvoll ist frei, und wann gelenkt zu arbeiten. Sie bezeichnet sich selbst als ‚Managerin des Lernprozesses von (einzelnen) Lernenden’.

Die Beschreibungen über das Lernen korrespondieren mit der Auffassung über Lehren: Wichtig ist beiden die Eigenaktivität beim Lernen.<sup>43</sup> In der Überzeugung von Herrn C passiert Lernen durch Betreiben von Mathematik: Die Schülerinnen und Schüler produzieren Mathematik, die auch dem Lehrenden nicht immer vorher bekannt ist. Frau D’s Konzeption vom Lern-Prozess lässt sich mit dem Schlagwort ‚Nach-Erfindenes Lernen’ beschreiben: Schülerinnen und Schüler sollen sich selbstständig ein Problem erarbeiten, kommen dabei aber vornehmlich auf Ideen, die der Lehrperson vorher bekannt waren. Sie erweitert diesen Begriff um den Aspekt der Kritik als Ausgangspunkt von Lernen: Durch kritisches Hinterfragen von Mathematik insbesondere in Modellierungen, können ihrer Auffassung nach wichtige Verstehensprozesse in Gang gesetzt werden, nicht zuletzt die Entwicklung eigenständiger Modellbildung.

#### **FAZIT:**

Gemäß der Definition von **statischem** bzw. **dynamischem** Lernen zeigen Herr A und Herr B dominant statische Vorstellungen. Eine Präferenz für dynamische Lehr-Lern-Formen finden sich bei Herrn C und Frau D.

### **6. Ergebnis: Aufgabenkultur im Mathematikunterricht: Die Konzeptionen von Aufgaben korrespondieren mit den Konzeptionen von Mathematikunterricht.**

#### **(a) Zusammenhänge bzgl. gegenstandsbezogener Aspekte**

---

<sup>42</sup> Gemeint ist, dass er gemeinsam mit den Lernenden sich mit mathematischen Problemen auseinandersetzt.

<sup>43</sup> Dass Lernende damit Schwierigkeiten haben liegt nach Auffassung von Herrn C darin begründet, dass sie diese Arbeitsweisen nicht gewohnt sind. Frau D sieht Probleme hier interessanterweise durch ein nach ihrer Auffassung falsches, statisches Schüler-Bild von Mathematik verursacht.

---

Herr A zeigt eine *Wissensorientierung* in den Betrachtungen der Gegenstandsziele von Aufgaben. Dabei betont er die Intention sprachliche Kompetenzen zu erwerben. Dies steht wohl im engen Zusammenhang zu seiner Konzeption von Mathematik als *formale Sprache*. Das Schulen der *Fertigkeitskompetenz* ist bei Herrn B die zentrale Funktion von Aufgaben. Auch in seiner Konzeption über Mathematik hebt er den *sachlichen Aspekt* hervor.

Herrn C geht es bei den Zielen von Aufgaben primär um eine allgemeine *Problem-Kompetenz*. Diese Vorstellung zeigt direkt auf seine Bild von Mathematik, das die *gedankliche Auseinandersetzung in Problemen* als ihren Ausgangspunkt versteht.

Ähnliches gilt für Frau D. Allerdings verschiebt sie die Zielsetzung der Aufgaben in Richtung einer *Problem-Löse-Kompetenz* und unterstreicht in den Ausführungen über Mathematik den Nutzenaspekt mathematischer *Anwendungen*.

#### **FAZIT:**

Auffällig ist, dass **wissensorientierte** Zielsetzungen in den Lehrerkonzeptionen von Aufgaben mit einer **statischen** Auffassung von Mathematik korrespondieren. Umgekehrt sind **handlungsorientierte** Ziele von Aufgaben bei den Interviewten zu finden, die eine **dynamische** Konzeption von Mathematik zeigen.

#### **b) Zusammenhänge bzgl. unterrichtsmethodischer Aspekte**

In den methodischen Reflexionen über Aufgaben finden sich verschiedene Zusammenhänge:

Herr A und Herr B betonen beide sowohl die Form der Arbeitsanweisung bei Aufgaben, als auch die Lehrerzentrierung im Lehr-Lern-Prozess. In den Ausführungen über Aufgabenbearbeitungen muss vorhandenes Wissen reproduziert und verknüpft werden. Entsprechend stark liegt die Betonung auf reproduktiven Lernformen.

Herr C und Frau D formulieren die methodischen Zielsetzungen stark orientiert an der Eigenständigkeit der Lernenden – sowohl bei den Aufgaben als auch bei den Lehr-Lern-Formen. Wichtige Kompetenzen bei der Bearbeitung von Aufgaben sind heuristische Strategien, die zu produzierenden bzw. nacherfindenden Lernkonzeptionen passen.

---

**7. Ergebnis:** Auch bei den methodischen Aspekten finden sich Zusammenhänge in den Konzeptionen von Aufgaben und Mathematikunterricht. Dominante Vorstellungen von Aufgaben im Sinne von **Tasks** zeigen diejenigen Lehrenden, die ein **statisches** Verständnis von Lehr-Lern-Formen besitzen – wohingegen das **Problem**-Konzept von Aufgaben hier mit einem **dynamischen** Lernkonzept zusammenhängt.

**Zu den Konzeptionen von Aufgabenkultur im Mathematikunterricht:**

Aufgrund der vorliegenden empirischen Zusammenfassungen ist es nicht möglich bei den einzelnen Lehrerinnen und Lehrern zu entscheiden, inwiefern bestimmte subjektive Theorien über Mathematik die Konzeptionen von Aufgaben bestimmen, oder umgekehrt, Vorstellungskomplexe von Aufgaben Konzeptionen von Mathematik induzieren. In einer Konzeption, in der Aufgaben im Dienste mathematischer Zielsetzungen stehen, ist anzunehmen, dass sich dieses Verhältnis zugunsten der Mathematik verschiebt. Werden Probleme als Ausgangspunkt von Mathematik verstanden, ist dies prinzipiell auch andersherum denkbar. Tatsächlich ist insgesamt zu vermuten, dass der Einfluss reziproker Natur ist.

**FAZIT:**

Insgesamt lässt sich bei allen vier Lehrerinnen und Lehrern ein **kohärenter Konzeptionenkomplex von Aufgabenkultur im Mathematikunterricht** rekonstruieren, der sich jeweils in die Gegensätze von **Statik und Dynamik** einbetten lässt.

Dabei ermöglicht die vorliegende Studie durch den kontrastierenden Vergleich eine idealtypische Einbettung. Unseres Erachtens gewinnt erst durch das Aufzeigen spezifischer Korrespondenzen von Konzeptionen von Mathematikunterricht und Konzeptionen von Aufgaben, sowohl hinsichtlich gegenstandsbezogener als auch methodischer Aspekte, die Unterscheidung von Grigutsch/Törner an (praktischer) Relevanz für den Unterrichtsalltag und seine Erforschung.

---

## **6. ERGEBNISSE DER TIEFENUNTERSUCHUNG - ENDBEFragung**

Die Ergebnisse der Fragebogenerhebung weisen darauf hin, dass das SINUS-Projekt im Untersuchungszeitraum keine starken Veränderungen in den Beliefs der Lehrenden über das Wesen der Mathematik und über die Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht bewirken konnte. Vor diesem Problemhintergrund stellt sich die Frage, welche Faktoren eine Veränderung der mathematischen Beliefs der am SINUS-Projekt beteiligten Lehrenden behindert haben. Aktuell liegen nur wenig Untersuchungen zum Problem der Veränderung von Beliefs in der Mathematikdidaktik vor, so dass auf wenig Vorarbeiten zurückgegriffen werden konnte.

Die vorliegende Studie untersucht nun die geringe Bereitschaft von Lehrenden gegenüber Innovationen im Bildungswesen und ihre Gründe. Dabei widmet sich das Forschungsinteresse dem Aufzeigen der Relevanz von mathematischen Beliefs auf die Auseinandersetzung der Lehrenden mit Realitätsbezügen. Ziel der Untersuchung liegt einerseits darin, die Eingliederung von Realitätsbezügen in das Belief system von den am SINUS - Projekt beteiligten Lehrerinnen und Lehrern zu rekonstruieren. Andererseits soll in der Untersuchung der Einfluss der mathematischen Beliefs auf den Umgang der Lehrenden mit einer realitätsbezogenen Aufgabe erforscht werden.

Die zitierten Transkripte befinden sich im Anhang der Staatsexamensarbeit von Magdalena Kornella.

### **6.1. EINZELFALLANALYSE - FRAU A**

Frau A hat die Unterrichtsfächer Mathematik und Sozialwissenschaften studiert und ist seit 34 Jahren als Lehrerin tätig. Sie unterrichtet an einem Gymnasium in der Sekundarstufe I und II.

#### **6.1.1. Beliefs über das Wesen der Mathematik**

Frau A beschreibt Mathematik als „*ein Instrument, um Alltagsleben zu bewältigen*“ (Z.589). Neben den „*einzelnen Bereiche[n], wie Arithmetik und Geometrie*“ (Z.585) gehören für Frau A „*Problemlösestrategien*“ (Z.586) zum „*ganzen Sammelsurium von verschiedenen Aspekten*“ (Z.583f.), die die Mathematik beinhaltet. Mathematik wird als

---

eine „geistige Flexibilität“ (Z.587) und das „Lösen von verschiedensten Problemen“ (Z.588) verstanden. Die „logischen Strukturen“ (Z.591) der Mathematik ermöglichen es, diese „auf ... meinetwegen philosophische Fragestellungen“ anzuwenden (Z.591f.). „Das Hauptziel“, welches Frau A in ihrem Mathematikunterricht verfolgt, ist es, „die Schüler dahin zu befähigen, draußen [...] die Dinge, die sie gelernt haben, auch wieder zu finden und sie nun mal“ anzuwenden (Z.621f.). Die Schülerinnen und Schüler und Schüler sollen eine Kompetenz erwerben, „Probleme allgemein“ (Z.628) lösen zu können: „Zu wissen, wo hol ich mir dann äh Dinge her, äh wenn ich sie brauche. Also, wo finde ich zum Beispiel irgendeine Formel, die erlaubt, das auszurechnen, oder so. Die muss ich ja nicht unbedingt selber mehr können.“ (Z.629ff.).

### **Kategorisierung der Beliefs über das Wesen der Mathematik**

Analog zur Kategorisierung von Grigutsch, Raatz und Törner können die Beliefs über das Wesen der Mathematik bei Frau A als anwendungsorientiert bezeichnet werden.

#### **6.1.2. Beliefs über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht**

Für Frau A ist es wichtig, ihre Schülerinnen und Schüler und Schüler zum Nachdenken anzuregen, indem sie „ihnen den Spaß, den [sie] [...] selber hat, vermittelt“ (Z.666f.). Denn „dann ziehen sie in der Regel auch mit“ (Z.667). Frau A lehnt es ab, die zu sein, „die immer sagt, jetzt machen wir das, jetzt machen wir das, und jetzt machen wir das“ (Z.396f.). Ihrer Ansicht nach führt diese Form des Unterrichts zu einer „nun servier mir mal“ – „Mentalität“ (Z.402), die wie Kuchen essen funktioniere (Z.402). Dagegen befürwortet Frau A die Vorgehensweise der Konfrontation der Schülerinnen und Schüler und Schüler mit einem Problem: „Ich hab hier was offenes, setzt euch mal erst mal zusammen.“ (Z.642f.).

### **Kategorisierung der Beliefs über Lehr-Lern-Formen**

Gemäß der Begriffsdefinition können die Beliefs über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht bei Frau A als dynamisch charakterisiert werden.

#### **6.1.3. Innovationsbereitschaft**

Vor dem Hintergrund der internationalen Vergleichsuntersuchungen plädiert Frau A für eine Aufhebung der „Starre“ (Z.6), die „häufig ja [den] Mathematikunterricht

---

*ausmacht“* (Z.7). Frau A steht Veränderungen im Mathematikunterricht offen gegenüber und verweist auf die Notwendigkeit der „Öffnung der Aufgabenkultur“ (Z.10). Sie nimmt an Lehrerfortbildungen teil (Z.132f.) und setzt die dort vorgestellten Projekte in ihrem Mathematikunterricht um (Z.322). In ihren Ausführungen verweist Frau A auf zahlreiche Problemstellungen, die im Zusammenhang mit dem SINUS - Projekt entstanden sind (Z.58ff.) (Z.250ff.). Ihre Innovationsbereitschaft wird dadurch betont, dass Frau A die Bedeutung der Kooperation innerhalb des Kollegiums besonders hervorhebt (Z.249ff.) (Z.343f.) .

#### **6.1.4. Beliefs über Realitätsbezüge im Mathematikunterricht**

##### **Verständnis des Begriffs Realität im Mathematikunterricht**

Die realitätsbezogenen Beispiele von Frau A weisen einen hohen Grad an Authentizität auf: *„Da haben wir ja, ähm, über die Erdkugel geredet. Und Breitengrade, Längengrade gemessen und sind von daher auch auf Segeln [...] Und wie schaff ich das, auf dieser Insel zu landen. Und wie rechne ich aus, wie lange ich brauche.“* (Z.60ff.). Frau A nennt als *„ein gutes Anwendungsbeispiel für ne' Gewinnmaximierungsaufgabe“* die *„Handygeschichten“* (Z.89ff.). An den folgenden Beispielen für Realitätsbezüge lässt sich die Authentizität besonders gut erkennen: Das *„Freizeitverhalten“* (Z.250) von Schülerinnen und Schülern einer Schule wird anhand von *„Fragebögen“* (Z.294) erhoben. Es wird untersucht, *„wie viel Arbeiter, in wie viel Tagen ein Schwimmbad äh streichen können. Also, dass der ein paar Tage geschlossen ist“* (Z.107f.). *„In den Zeitungen [werden] die Statistiken angeguckt“* (Z.369f.) und *„Rückschlüsse auf dieses Wahlverhalten“* (Z.376) gezogen.

Aus der Perspektive von Frau A ist es wichtig, dass das inhaltliche Ergebnis eines realitätsbezogenen Beispiels für die Schülerinnen und Schüler unbekannt und sogar erstaunlich ist: Bei der Untersuchung des *„Freizeitverhaltens“* (Z.245) *„bekamen [die Schülerinnen und Schüler und Schüler] auch eine Menge raus. [...] Zum Beispiel geschlechtsspezifische Unterschiede, auch Unterschiede in den einzelnen Klassen. Wir haben zum Beispiel bilinguale Klassen, die haben zum Teil anders geantwortet, als die anderen“* (Z.272ff.). Im Hinblick auf die Betrachtung der Wahlergebnisse war es für Frau A *„ausgesprochen spannend“* zu erkennen, wie das *„Wahlverhalten“* (Z.376) bezüglich der *„Schillpartei“* (Z.372) mit der Demographie zusammenhängt.

---

Die Lösungen der realitätsbezogenen Beispiele besitzen keine eindeutigen Ergebnisse und erfordern eine Interpretation. Das wird besonders an dem Beispiel der Schwimmbadschließung deutlich: *„in einer Stunde schaffen meinetwegen siebenhundertfünfzig [Arbeiter das Schwimmbad zu streichen] oder siebenhundertfünfzig Stunden dann einer. [...] Und was denn da zum Beispiel sinnvoll ist. [...] entweder die treten sich auf die Füße, oder siebenhundertfünfzig Stunden so ein Ding zu schließen wäre vielleicht auch nicht richtig. Also jetzt zu gucken, welche Lösung ist denn jetzt eine geeignete“* (Z.95ff.).

Die Realitätsbezüge werden dadurch charakterisiert, dass sie *„mit der Außenwelt [zu tun haben,] die auch für die Schüler durchschaubar ist“* (Z.102). Frau A empfindet es als wichtig, dass die Schülerinnen und Schüler und Schüler *„den Inhalt verstehen“* (Z.131) und *„die Ergebnisse eigentlich auch durchschauen“* können (Z.105f.). Sie lehnt es ab, *„einen Industriemanager [zu] nehmen, von dem die Schüler nicht mal wissen, dass es ihn da gibt“* (Z.105ff.).

Ein Merkmal der von Frau A genannten Beispiele besteht darin, dass sie mehrere Lösungswege zulassen und nicht auf ein mathematisches Gebiet beschränkt sind: *„Das hat sich im Nachhinein als ausgesprochen, äh, vielfältig herausgestellt, weil es mindestens drei verschiedene Lösungsansätze gab, die man also sinnvoll irgendwie betreiben konnte.“* (Z.170ff.). Die realitätsbezogenen Unterrichtsbeispiele von Frau A erfordern, dass die Schülerinnen und Schüler und Schüler *„in verschiedene Bereiche“* der Mathematik gehen und diese *„mischen“* müssen (Z.267f.).

Die Beispiele werden auch dadurch charakterisiert, dass die Schülerinnen und Schüler und Schüler zu deren Lösung auch auf außermathematisches Wissen zurückgreifen müssen: *„Über Mathematik dann hinaus also hat sehen können, wo in welche Bereiche man eigentlich gehen kann, um eine Lösung zu bekommen.“* (Z.176ff.). Bei der Unterrichtseinheit über das *„Wahlverhalten“* (Z.376) waren die Schülerinnen und Schüler und Schüler aufgefordert, Wissen aus dem Gemeinschaftskundeunterricht einzubringen (Z.368ff.).

### **Funktion von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht**

Realitätsnahe Sachverhalte dienen in dem Mathematikunterricht von Frau A der Übung der Anwendung von Mathematik: *„Die Flexibilität, die man draußen braucht, ist doch*

---

*gerade die, äh, verschiedenste Dinge flexibel anwenden zu können. [...] Das kann man nicht von heute auf morgen, und nicht, wenn man nur Türme rechnet. Sondern, das muss man üben.“ (Z.147ff.).*

### **Ziele von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht**

Frau A ist der Meinung, dass *„wenn man, mal in die Welt rausguckt, kriegt man doch selten irgendwie, hier hast du einen Turm und rechne mal“* (146f.). In den Ausführungen von Frau A wird deutlich, dass sie primär das Ziel verfolgt, den Schülerinnen und Schülern solche Fähigkeiten zu vermitteln, mit denen sie ihre Lebenswelt besser verstehen und beurteilen können: Im Zusammenhang mit den Wahlen haben sich die Schülerinnen und Schüler in den Zeitungen die Statistiken angeguckt *„und versucht, für die einzelnen Stadtteile die unterschiedlichen Ergebnisse [...] [zu deuten]. Wer wohnt in diesen Stadtteilen? Wie ist die demographische Bevölkerung? Wie sieht die aus? Und wie sehen die Prozentzahlen der ethnischen Gruppierungen aus? [...] Und dann eben Rückschlüsse auf dieses Wahlverhalten“* gezogen (Z.370ff.). In einer anderen Unterrichtseinheit war das Ziel, den Lernenden zu zeigen, wie man mit Statistik lügen kann (Z.324): *„Äh, wie könnte ich manipulieren? Oder, woran erkenne ich eine Manipulation?“* (Z.348f.). Frau A verweist darauf, *„dass die Schüler immer wenn jetzt irgendjemand ankommt und die [Graphik] ist zum Beispiel nicht im Nullpunkt, beginnt, dann sagen die sofort, ää, das ist alles nicht in Ordnung, das geht so nicht“* (Z.229ff.).

Für Frau A ist es wichtig, dass die Schülerinnen und Schüler *„dieses Übertragen auch von mathematischen Tatsachen in Sprache und umgekehrt“* (Z.268f.) beherrschen. Bei dem Beispiel der Untersuchung des Freizeitverhaltens besteht für Frau A ein wesentliches Ziel darin, dass die Schülerinnen und Schüler *„versuchen, äh aus dem was sie jetzt optisch dargestellt haben, Aussagen, also quantitative Aussagen zu bilden“* (Z.307f.). Sie sollen lernen, ihre Lösungen zu interpretieren, indem sie *„gucken, welche Lösung ist denn jetzt eine geeignete, die auch Anwendung finden könnte“* (Z.115f.): *„Wenn man jetzt jemand wäre [...] der die das Personal einsetzt, welche Entscheidungen würde man da treffen? [...] Und zum Beispiel dann eben auch die Frage, ist denn diese Relation wirklich so durchzuhalten? Die jetzt hier mathematisch ansteht.“* (Z.123ff.). Die Schülerinnen und Schüler

---

sollen in der Lage sein, ihre Ergebnisse danach zu bewerten, ob diese „sinnvoll“ (Z.153) und „vernünftig“ (Z.128) sind.

Ein weiteres Ziel, das Frau A im Zusammenhang mit Realitätsbezügen verfolgt, ist der Erwerb von Lösungsstrategien: „Also einfach so ne Strategie, erst mal zu überlegen.“ (Z.198) „Dass man sagt, ich hab Strategien, und sich die auch bewusst machen.“ (Z.231). Frau A möchte die Schülerinnen und Schüler dahin befähigen, dass diese „mit verschiedensten Herangehensweisen ein Problem lösen“ (Z.217f.) können. Sie sollen „eine methodische Flexibilität“ (Z.393) erlangen: „Wie gehe ich an unsichere Fragestellungen ran? Wie kann ich mir was erarbeiten?“ (Z.394f.). Frau A legt besonderen Wert darauf, dass die Schülerinnen und Schüler Strategien wie „Durchhalten können“ (Z.216) und „dieses Aushalten von so einer Unsicherheit“ (Z.230) erwerben.

Bei der Auseinandersetzung mit Realitätsbezügen sollen die Schülerinnen und Schüler und Schüler „Fähigkeiten erwerben“ (Z.346f.), wie zum Beispiel „Mittelwerte ausrechnen“ (Z.314) oder „Säulendiagramme“ (Z.258) darstellen. Dabei wird von Frau A auf „verschiedene [mathematische] Bereiche“ zurückgegriffen (Z.267).

### **Stellenwert von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht**

Frau A sieht in ihrer „Verantwortung als Lehrer“ die Vermittlung einer „Flexibilität“, die die Schülerinnen und Schüler und Schüler zur Umweltbewältigung benötigen (Z.392). Realitätsbezüge gehören für Frau A „ganz wichtig“ zu einem angemessenen Bild von Mathematik (Z.596), und deshalb bemüht sie sich „immer mehr die [realitätsnahen Beispiele] einzubeziehen“ (Z.45).

### **Lehr-Lern-Formen im realitätsbezogenen Mathematikunterricht**

Frau A sieht die Rolle des Lehrenden darin, „die Selbständigkeit seiner Schüler [zu] fördern“ (Z.350). Ihr ist wichtig, bei den Schülerinnen und Schüler und Schülern ein „Bewusstsein [dafür zu] schaffen, dass es nicht schlimm ist, wenn man nicht sofort ne Lösung weiß“ (Z.229). Bei der Bearbeitung von Realitätsbezügen geht Frau A dazu über, „die Schüler zu fragen, wie man sich [einer Fragestellung] [...] nähert“ (Z.286): „Was wären denn jetzt die einzelnen methodischen Schritte? [...] Wie bauen wir das auf? Wie ist das mit der Zeitplanung?“ (Z.286ff.).

---

Lernen passiert für Frau A, indem sich die Schülerinnen und Schüler und Schüler eigenständig mit Fragestellungen auseinandersetzen (Z.204ff., Z.301ff.). Die Schülerinnen und Schüler und Schüler werden mit „offenen“ (Z.412) Aufgabenstellungen konfrontiert: „Musste man irgendwie überlegen, erst mal grundsätzlich, wie gehe ich denn da ran?“ (Z.194f.). Ein Problem sieht Frau A darin, dass es „viele Schüler [gibt], die ähm es einfach lieben, [...] so ´ne Turmaufgabe zu machen und dieses Gefühl von, oh das kann ich“ (Z.409ff.) benötigen und deshalb „diese Unsicherheit, die manchmal mit diesen offenen Sachen“ (Z.412) verbunden ist, ablehnen. Sie unterstreicht, dass es „die typischen Mathematikschüler, [...] die immer gerne rechnen [sind], die das äh überhaupt nicht gut finden“ (Z.470ff.). Frau A ist der Meinung, dass man diese Problematik lösen kann, indem man die Schülerinnen und Schüler und Schüler „positive Erfahrungen machen“ (Z.453) lässt. Sie verweist darauf, dass „die Arbeiten erst mal schlechter ausfielen“ (Z.444f.), als sie mit den „offenen Sachen“ (Z.412) anfang, weil die Schülerinnen und Schüler und Schüler diese Lernweise nicht „gewohnt“ (Z.445) waren.

Eine große Rolle spielen die Eigenaktivität und die Kommunikation während der Bearbeitung von realitätsbezogenen Beispielen: Die Lernenden haben bei der Untersuchung des Freizeitverhaltens „eigene Entwürfe für diese Fragebögen gehabt“ und haben sich anschließend „gemeinsam entschieden, wie der [Fragebogen] denn endgültig aussehen sollte“ (Z.293f.).

#### **6.1.5. Konfrontation mit realitätsbezogener Aufgabe**

##### **Vorgehen bei der Lösung der Aufgabe**

Frau A verweist darauf, dass „die Frage zum Beispiel, jetzt wie groß war Konrad Adenauer [...] nicht ganz so einfach zu beantworten“ sei (Z.543f.). Ihr Lösungsansatz basiert auf dem Schätzen: „Man kann natürlich jetzt hier schätzen und sagen, na gut, wie kann das Kind sein? Wenn das. Aber na gut, von der Größe des Kopfes gibt es ja nicht ganz ´n festen Maßstab auf die Größe des Körpers.“ (Z.548ff.). Anschließend würde Frau A „ein paar Köpfe“ von Kindern messen und über das „Verhältnis“ vom Kopf zum Körper zur Lösung gelangen (Z.557f.).

---

### **Bewertung der Aufgabe**

Frau A ist der Ansicht, dass es sich um eine „*interessante Aufgabe*“ (Z.563) handelt: „*Wenn ich die jetzt so pur nehme, also könnte ich mir gut vorstellen, weil da steckt ja `ne Menge drin.*“ (Z.491f.). Sie ist bereit, die Aufgabe in Klasse „*fünf, sechs oder vielleicht auch mal sieben zur Wiederholung*“ einzubauen (Z.518f.).

### **Veränderung im Bezug auf Lehr-Lern-Formen**

Die Lehrerin würde die Fragestellung aus der Aufgabe streichen, um „*die Schüler erst selber [...] Fragen entwickeln [zu] lassen*“ (Z.493f.). Aus ihrer *Perspektive* „*könnte [das] ja in ganz unterschiedliche Richtungen gehen*“ (Z.498): „*Wie viel wiegt der Kopf? Oder wie groß war Konrad Adenauer? [...] wie kriege ich die Informationen? [...] Warum hat er so große Ohren?*“ (Z.499ff.) „*Welche Informationen brauche ich überhaupt, um das entsprechend zu machen.*“ (Z.553f.).

---

## 6.2. EINZELFALLANALYSE – FRAU B

Frau B ist studierte Mathematiklehrerin mit dem zweiten Unterrichtsfach Geographie. Sie lehrt seit 18 Jahren an einer Haupt- und Realschule in der Sekundarstufe I.

### 6.2.1. Beliefs über das Wesen der Mathematik

Aus der Perspektive von Frau B ist Mathematik *„ein Prozess, der mit sehr viel Spannung [...] verbunden ist“* (Z.1334ff.). Frau B vergleicht Mathematik mit einer Partie *„Schach“* (Z.1355) oder einem *„Computerspiel“* (Z.1356). *„Knobeleyen“* (Z.1272), *„kreative äh Lösungsansätze“* (Z.373f.) und der *„Augenblick des Staunens“* (Z.1280) werden als wesentliche Charakteristika des Betreibens von Mathematik verstanden. Mathematik hat für Frau B einen *„Spieleffekt und einen Spannungseffekt“* (Z.1342f.), weil sie *„früher schon als Schüler so ein Typ [war], der äh ... gesagt hat, das kann nicht wahr sein, dass du das nicht rauskriegst. [...] [Sie hat] dann auch manche Aufgaben dann nachts im Bett gelöst“* (Z.1339ff.). Es macht ihr Spaß, sich auf mathematische Probleme einzulassen (Z.1356f.). Die Mathematik bietet für Frau B *„eine gewisse Genugtuung, wenn man so irgend eine Sache strukturiert hat, oder ... in Beziehung gesetzt hat“* (Z.1361f.). Wichtig ist ihr, *„mit der Mathematik eine gewisse Ordnung“* und *„Übersicht“* zu schaffen (Z.1208f.).

Frau B verfolgt in ihrem Mathematikunterricht das Ziel, dass die Schülerinnen und Schüler die Mathematik wieder entdecken (Z.21ff.). Während einer Auseinandersetzung mit einer Aufgabe, *„haben [die Schülerinnen und Schüler und Schüler] darin zum Beispiel auch den Logarithmus erklärt“* (Z.1312f.). Ein weiteres Ziel sieht Frau B darin, *„Grundwissen [zu] festigen und Basiswissen zur Verfügung stellen“* (Z.447).

### Kategorisierung der Beliefs über das Wesen der Mathematik

Die Beliefs über das Wesen der Mathematik können bei Frau B als prozessorientiert bezeichnet werden.

---

### 6.2.2. Beliefs über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht

Nach Auffassung von Frau B ist es besonders wichtig, den Schülerinnen und Schülern und Schülern die Möglichkeit zu bieten, Sachverhalte selbst zu erklären (Z.1184f.): *„Je mehr die reden, desto weniger muss ich.“* (Z.1190).

Frau B sieht ihre Lehrerrolle darin, den Schülerinnen und Schülern und Schülern Aufgabenstellungen anzubieten, die *„sehr viel Spielraum lassen“* (Z.101). Dabei verweist sie darauf, dass es notwendig sei, als Lehrender *„abzuwarten“* (Z.1441), *„Geduld zu haben“* (Z.1442) und die Schülerinnen und Schülern und Schüler nicht zu bedrängen *„jetzt unbedingt zu einem Ergebnis zu kommen in den nächsten ähm Minuten“* (Z.1436f.).

Sie zeigt in ihren Ausführungen, dass sie sich nicht als eine Alleswisperin versteht: *„Dinge, wo ich auch nicht so ... ad hoc drauf komme, sondern mir auch erst mal gucken muss, was könnte es denn sein? ... Und das tollste ist natürlich, wenn die Schüler eine andere Lösung haben als ich. Dann wird es ja für mich spannend. [...] Dann wird bewiesen, wer Recht hat. [...] das sind so [...] Sternstunden. [...] Also wenn ein Schüler einen Fehler von mir äh aufdeckt, oder eine Ungenauigkeit, oder so, dann kriegt er ein dickes Plus.“* (Z.1109ff.).

Frau B verlangt von den Schülerinnen und Schülern und Schülern, dass sie *„eine Aufgabe einfach [...] durchdenken“* (Z.60) und *„sich auf so ein Problem [...] einlassen können“* (Z.384f.).

Wenn Schülerinnen und Schülern und Schüler eine *„Aufgabe selber entwickeln“* können, ist es für Frau B *„ein Indiz dafür, dass die Schüler das Grundlegende verstanden haben“* (Z.347f.). Aus diesem Grund werden die Schülerinnen und Schülern und Schüler dazu aufgefordert, selbst Aufgaben zu entwickeln (Z.344ff.) (Z.416ff.).

Frau B ermutigt ihre Schülerinnen und Schülern und Schüler *„zum selbständigen Kontrollieren und Lernen“* (Z.490f.), indem sie ihnen zu Beginn jeder Stunde Tests anbietet, die sie eigenständig bewerten und daraus ihre Schlüsse über den eigenen Lernerfolg ziehen können (Z.450ff.).

In ihrem Unterricht greift Frau B überwiegend auf *„Partnerarbeit“* und *„Gruppenarbeit“* zurück (Z.1415f.). Nach Auffassung von Frau B wird *„im Endeffekt [...] Einzelarbeit ja nur [...] bei schriftlichen Leistungsnachweisen gefordert“* (Z.1417ff.).

---

## Kategorisierung der Beliefs über Lehr-Lern-Formen

Bei Frau B können dynamische Beliefs über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht rekonstruiert werden.

### 6.2.3. Innovationsbereitschaft

Frau B ist Veränderungen gegenüber positiv eingestellt (Z.130ff.) und bezeichnet die „*Entwicklung der Aufgabenkultur*“ (Z.10) als einen wesentlichen Punkt (Z.16). Sie führt Beispiele für Veränderungsmaßnahmen, die sie in ihrem Mathematikunterricht durchgeführt hat, auf (Z.94ff.) (Z.106ff.). Frau B weist darauf hin, dass sie sich Anregungen für ihren Unterricht aus der Zeitschrift „Mathematik lehren“ (Z.298ff.) und dem Buch „Produktive Aufgaben“ (Z.841) holt. Als eine weitere Quelle für neue Unterrichtsideen nennt Frau B Fortbildungsseminare (Z. 445). Dabei nimmt sie nicht nur an den Seminaren teil, sondern gestaltet sie auch aktiv mit, indem sie Aufgaben, die sie entwickelt hat, präsentiert.

### 6.2.4. Beliefs über Realitätsbezüge im Mathematikunterricht

#### Verständnis des Begriffs Realität im Mathematikunterricht

Die Lösungen von den realitätsbezogenen Beispielen von Frau B zeichnen sich vor allem dadurch aus, dass sie für die Lernenden erstaunlich sind: „*Und da kam auch etliches ... mh zu Tage, was man sonst nicht so gedacht hätte.*“ (Z.216f.). Bei der Fragestellung „*Wie viel dieser kleinen Konfettis kann ich aus einem DinA4 Blatt stanzen?*“ ist für Frau B das „*tolle an der Sache*“, dass es ein Unterschied ausmacht, ob man „*Hochkant- oder Querformat*“ ausstanzt (Z.976ff.).

Das zweite wesentliche Merkmal von Realitätsbezügen besteht in ihren kreativen Lösungsmöglichkeiten: Bei dem Entwurf des Traumzimmers können die Schülerinnen und Schüler und Schüler „*ihre Phantasie spielen lassen*“ (Z.602). Sie können „*einen runden [...] oder sechseckigen Erker haben, oder einen kleinen Wintergarten [...] einbauen. [...] Einer hatte sich selber auf eine Statue gesetzt, die ragte in des Mitte des Zimmers auf*“ (Z.581ff.).

Der Grad an Authentizität variiert bei den realitätsbezogenen Beispielen von Frau B stark. Einerseits zeigt Frau B in ihren Ausführungen einen hohen Grad an Authentizität: „*Ein Auftrag wird gegeben von einer Lebensmittel äh Firma und die gibt äh das weiter in Auftrag eine möglichst repräsentative Verpackung zu kriegen.*“ (Z.115ff.).

---

Andererseits wird oft die Kreativität dem Authentizitätsgrad vorangestellt: „*Und einer hat auch schon das Zimmer geflutet, der hatte in der Mitte also einen Teich eingelassen. Also so ein bisschen irre kann das schon sein.*“ (Z.583f.).

Die Vielfalt der Lösungsansätze und Ergebnisse spielt bei den Realitätsbezügen eine weitere Rolle: Bei der „*Verpackung von irgendwelchen äh Lebensmitteln*“ gibt es „*gerade bei den Süßigkeiten [...] ja die tollsten Modelle*“ (Z.113ff.). Die Aufgabe der Schülerinnen und Schüler besteht darin, „*Vorschläge zu erarbeiten, die eben an bestimmte Bedingungen geknüpft sind. [...] hundert Gramm oder so Inhalt [...] unterzubringen*“ (Z.118ff.).

Frau B legt großen Wert darauf, dass zur Lösung eines realitätsbezogenen Problems, nicht nur auf die Mathematik zurückgegriffen wird: Die Schülerinnen und Schüler und Schüler sollen sich „*die technischen Daten von der AOL Arena, die kann man auch im Internet kriegen*“ (Z.532f.), beschaffen und sich „*über Preise [...] im Baumarkt*“ (Z.600f.) kundig machen.

Die realitätsnahen Beispiele sind nicht eindeutig auf das im Unterricht behandelte Thema bezogen. Bei der Untersuchung von Sportstadien wird sowohl auf die „*Kreisberechnung*“, als auch auf die Prozent- und Fehlerrechnung eingegangen (Z.527).

Ein weiteres Merkmal von Realitätsbezügen besteht für Frau B darin, dass diese „*im Umfeld der Schüler angesiedelt sind*“ (Z.170). Bei der Frage „*Wie viele Schüler einer äh achten Klasse kriege ich auf einen Quadratmeter?*“ (Z.951f.) stellte Frau B einen Bezug zu der Sendung „*Wetten, dass ...*“ von „*Thomas Gottschalk*“ (Z.953) her. Bei der „*Kreisberechnung*“ sucht sie einen Bezug zu der Hamburger „*AOL Arena und Colourline Arena*“ (Z.527ff.). Wichtig ist ihr, dass es Sachverhalte sind, die die Schülerinnen und Schüler und Schüler „*selber betreffen*“ (Z.779). Die Aufgabe „*ihr Traumzimmer zu entwerfen*“ (Z.511) ist für die Schülerinnen und Schüler und Schüler deshalb so spannend, weil sie sich „*Dinge, die man eigentlich nicht haben kann, aber die man gerne hätte*“ (Z.595f.) überlegen können. Sie lässt ihre Schülerinnen und Schüler und Schüler auch Aufgaben „*über die eigene Familie entwickeln*“ (Z.345).

### **Funktion von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht**

Frau B greift in ihrem Mathematikunterricht auf Realitätsbezüge zurück, weil diese „*primär schon eine Motivation erzeugen*“ (Z.169f.).

---

Das zweite Argument für Realitätsbezüge sieht Frau B darin, dass diese eine „gewisse Nachhaltigkeit“ (Z.803) mit sich bringen. Realitätsbezogene Themen sind für Frau B „auch Themen, die sie meistens nicht vergessen“ (Z.813): „Ein Quadrat, also wenn sie alle mal drauf gestanden haben, dann wissen sie eigentlich, wie [groß] ein Quadratmeter ist. [...] Während wenn man sagt, guck dir mal die Tafel an, oder ... zwei Quadratmeter die Tür oder so, dann bleibt es einem nicht so haften. Aber wenn sie alle mal drauf gestanden haben, ist es eigentlich ziemlich klar.“ (Z.953ff.). Die Nachhaltigkeit ist auch dadurch gegeben, dass die Schülerinnen und Schüler und Schüler „einfach wissen, aha, irgendwann brauch ich das mal“ (Z.814f.).

Eine weitere Funktion der Realitätsbezüge im Mathematikunterricht von Frau B besteht darin, dass „die Schüler auch mal über Aufgaben reden“ (Z.985f.). Um das zu erreichen, werden die Ergebnisse vieler realitätsbezogener Unterrichtseinheiten in der Pausenhalle ausgestellt (Z.180) (Z.705f.). Frau B empfindet es als wichtig, Fragestellungen in ihrem Mathematikunterricht zu behandeln, „wo Schüler dann auch sehr stolz präsentieren“ können (Z.217f.).

Nach Auffassung von Frau B können Realitätsbezüge ein „Staunen“ (Z.1023) bei den Schülerinnen und Schüler und Schülern hervorrufen: „Auch Väter, die [die Aufgabe] sehen, mich daraufhin ansprechen und und und äh darüber nachgrübeln. Und in dem Augenblick finde ich, wenn ein Staunen angesagt [...] hat man ja schon einen Effekt erzielt.“ (Z.1025ff.).

### **Ziele von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht**

Das primäre Ziel vom realitätsbezogenen Mathematikunterricht besteht für Frau B darin, dass die Schülerinnen und Schüler und Schüler die Fähigkeit erlangen, „Problemlösestrategien zu entwickeln“ (Z.295).

Das zweite wesentliche Ziel, das sichtbar wird, ist die Förderung von „kreativen Einfällen“ (Z.669): „Und einer hat auch schon das Zimmer geflutet, der hatte in der Mitte also einen Teich eingelassen. Also so ein bisschen irre kann das schon sein.“ (Z.583ff.). Die Schülerinnen und Schüler und Schüler sollen angeregt werden, „ihre Phantasie spielen [zu] lassen“ (Z.602).

---

Den Schülerinnen und Schülern soll mit Hilfe von Realitätsbezügen der Nutzen der Mathematik für ihr eigenes Leben aufgezeigt werden: „*Die typische Schülerfrage ist doch immer: Wozu brauch ich das?*“ (Z.786).

Frau B ist es ebenfalls wichtig, dass die Schülerinnen und Schüler den Nutzen der Mathematik für die Außenwelt erkennen: „*Wie sind jetzt diese Kirchenfenster oder wie sind so Ornamente entstanden und welche Grundlagen sind da gegeben.*“ (Z.291f.). Auch bei der Betrachtung von „*Sportstadien*“ (Z.528) steht das Aufzeigen des Nutzens der Mathematik im Vordergrund.

Ein weiteres Ziel der Bearbeitung von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht sieht Frau B darin, die Schülerinnen und Schüler zu mündigen Bürgern zu erziehen: Bei der Unterrichtseinheit „*Traumzimmer*“ (Z.571) sollten die Schülerinnen und Schüler drauf achten, „*dass einer nicht also für äh, Teppichleisten für zweihundert Euro anschafft oder so. Sondern sich auch mal informiert, was kostet so was. [...] so’n Gesamtkostenvoranschlag machen. Könnte ich mir das leisten?*“ (Z.653ff.) Für Frau B ist das eine Frage, die sich die Schülerinnen und Schüler und Schüler später „*beim Autokauf [...] selber stellen ... müssen ... sollten*“ (Z.828f.).

Frau B strebt im realitätsbezogenem Mathematikunterricht das Ziel an, dass die Schülerinnen und Schüler die Fähigkeit erlangen, „*mathematische Inhalte in Texte zu übersetzen oder umgekehrt natürlich auch Texte in mathematische Ausdrücke ... zu übersetzen*“ (Z.325f.).

Im Zusammenhang mit den Realitätsbezügen ist es für Frau B wichtig, dass die Schülerinnen und Schüler „*Flächen berechnen*“ (Z.644), „*Kreisdiagramme*“ zeichnen (Z.199) und „*prozentuelle Berechnungen*“ durchführen (Z.271) können.

### **Stellenwert von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht**

Aus der Perspektive von Frau B gibt es „*in jeder Jahrgangsstufe*“ Themenbereiche der Schulmathematik, die sich besonders gut für Realitätsbezüge eignen (Z.286f.). Realitätsbezogene Beispiele „*stehen [im Mathematikunterricht von Frau B] natürlich an erster Stelle*“ (Z.169): „*Also zu Weihnachten nehme ich Themen [...] die die Weihnachtszeit betreffen.*“ (Z.178f.).

---

### **Lehr-Lern-Formen im realitätsbezogenen Mathematikunterricht**

Im Zusammenhang mit Realitätsbezügen sieht Frau B ihre Rolle als Lehrerin darin, die Schülerinnen und Schüler und Schüler zu kreativen Ideen anzuregen (Z.580ff.) und ihnen einen „*Impuls*“ zur Entwicklung weiterer Lösungen zu geben (Z.1016). Sie bietet ihnen die Möglichkeit, sich mit einem „*Problem auseinander zu setzen*“ (Z.555f.).

Die Schülerinnen und Schüler und Schüler werden aufgefordert, Fragen selber zu stellen: In der Untersuchung des Freizeitverhaltens stammt „*das Fragensortiment [...] zu ungefähr neunzig Prozent von den Schülern*“ (Z.241ff.). Die Schülerinnen und Schüler und Schüler können auch „*Projekte vorschlagen*“ (Z.244) und sind für die Informationsauswahl verantwortlich: „*So viel Information und Berechnung, wie sie ... äh wichtig fanden, oder [...] als informativ und [...] interessant*“ bewerteten (Z.556ff.).

Für Frau B ist es wichtig, dass sich die Schülerinnen und Schüler und Schüler aktiv an der Informationsbeschaffung beteiligen: „*Sie müssen in Baumärkte gehen und müssen gucken, was ist jetzt im Angebot*“ (Z.609f.) und „*sich auch erkundigen, was zum Beispiel Arbeitsstunden kosten*“ (Z.630). In diesem Zusammenhang verweist Frau B auf die Problematik, dass das für Schülerinnen und Schüler und Schüler „*mit etwas mehr Mühe verbunden*“ sei (Z.1042): „*Dass sie dann sagen: Was? Wieso sollen wir das machen? Oder, da sollen wir hingehen?*“ (Z.1050f.).

Eine wesentliche Rolle spielt die Kommunikation zwischen den Schülerinnen und Schüler und Schülern im realitätsbezogenen Mathematikunterricht: „*Du eruiert also hier ... äh bei Bahr [...] Und du gehst zu Bauhaus und das wird jetzt schon verteilt.*“ (Z.614ff.).

#### **6.2.5. Konfrontation mit realitätsbezogener Aufgabe**

##### **Vorgehen bei der Lösung der Aufgabe**

Der erste Lösungsschritt besteht darin, das Alter der Kinder abzuschätzen (Z.852). Diese Abschätzung erfolgt „*auf Grund dessen, was sie anhaben*“ (Z.859f.): „*Den einen würde ich so auf fünfte Klasse schätzen*“ (Z.894f.). Anschließend wird „*zu einem Alter eine Zuordnung [...] in Größenform*“ durchgeführt (Z.861). Für den weiteren Lösungsweg muss „*der Unterschied zwischen Kopf, das Kleinkindchenschema und Rumpf und äh Bein*“ beachtet werden (Z.881f.). Der letzte Schritt besteht in dem Ausmessen des Kindes auf dem Aufgabenblatt (Z.884f.). Frau B verweist darauf, dass es „*mehrere*

---

*Lösungsmöglichkeiten [gebe]. Also je nach dem, wie man zum Beispiel auch die Größe ansetzt“ (Z.1128f.).*

### **Bewertung der Aufgabe**

Für Frau B stellt die vorgelegte Aufgabe eine „*sehr nette Anregung*“ (Z.974) dar, die „*man auch sehr gut weiterentwickeln*“ (Z.965f.) könne.

### **Schwierigkeit im Bezug auf die Auffassung von Realitätsbezügen**

Frau B sieht eine Problematik im Zusammenhang mit dem „*Bodymaßindex*“ (Z.1151): „*Man muss da ein bisschen vorsichtig sein, gerade so bei Größen, denn ... in einem bestimmten Alter [...] sind ja äh Mädchen sehr viel größer als Jungs.[...] das [es] nicht zu irgendwelchen [...] Beleidigungen kommt.*“ (Z.892ff.).

### **Veränderung im Bezug auf die Auffassung von Realitätsbezügen**

Um „*die Schüler mit solchen Tatsachen [nicht] zu konfrontieren*“ (Z.1039 ) würde Frau B auf das „*Biobuch zurückgreifen*“ (Z.806).

### **Veränderung im Bezug auf Lehr-Lern-Formen**

Frau B plädiert für eine Weiterentwicklung dieser Aufgabe: „*Dieser Versuch, äh ... wie viel Leute kann man in so einen Kopf reinstecken?*“ (Z.849f.) „*Man stellt sich vor , dieser Kopf ist rund, relativ rund. ... Und er wird gegossen. [...] Aus Bronze gegossen. [...] Welches Volumen hätte der? Wie schwer wäre der?*“ (Z.823ff.).

---

### 6.3. EINZELFALLANALYSE - HERR C

Herr C hat die Unterrichtsfächer Geographie und Sport studiert. Er ist seit 34 Jahren als Lehrer in der Sekundarstufe I tätig. Zur Zeit unterrichtet er an einer Haupt- und Realschule.

#### 6.3.1. Beliefs über das Wesen der Mathematik

Herr C beschreibt Mathematik als eine „*Sprache*“ (Z.1161), die es den Menschen ermöglicht, sich mit Hilfe von „*Formeln*“ (Z.1159) und „*Gesetzen*“ (Z.1093) zu „*verständigen*“ (Z.1159).

Für Herrn C wird Mathematik durch ihre „*Systematik*“ (Z.615), „*Logik*“ (Z. 616), „*Geradlinigkeit*“ (Z.1146) und „*Durchschaubarkeit*“ (Z.1117) charakterisiert. Seiner Ansicht nach ist die Mathematik „*systematisch nach [...] Gesetzen, die äh ... schrittweise festgelegt sind*“ (Z.1093f.) aufgebaut und basiert auf „*Logik*“ (Z.1098). Er unterstreicht, dass es innerhalb der Mathematik nicht möglich sei, „*mal links oder [...] mal rechts äh [zu] gehen*“ (Z.1099f.). Die Mathematik ist „*strukturiert, wie ein[e] äh ts ... richtig[e] Bahn. [...] Wenn das eine nicht ist, äh ist äh, kann ich nicht zum anderen kommen*“ (Z.1100ff.). Herr C verweist darauf, dass es für ihn wichtig ist, „*irgendwie [eine] strukturierte äh systematische Linie [zu] haben*“ (Z.1132), an der er sich „*hoch hangeln kann*“ (Z.1119).

Die Mathematik ist für Herrn C „*eine eindeutige Sprache, die nicht irgendwie äh irgendwas umschreibt*“ (Z.1161f.), sondern „*immer klare Aussagen*“ (Z.1120f.) liefert. Der Lehrer verweist dabei auf das Beispiel der Notengebung: „*Weshalb äh ts ... mögen die äh Eltern oder auch die Kinder ... am liebsten äh Zensuren? ... Da wissen sie ganz genau, wenn ich ne Fünf habe, oder ne Sechs oder ähnliches*“ (Z.1166ff.).

Nach der Überzeugung von Herrn C ist das Endergebnis stets eine „*plausible*“ (Z.932) und „*eindeutige Aussage*“ (Z.1126f.). Steht am Ende keine eindeutige Lösung, dann „*muss [...] irgendwo was verkehrt gemacht*“ (Z.1127f.) worden sein.

Herr C bezeichnet „*das Rechnen*“ „*als [eine] absolute Grundlage*“ für die Schülerinnen und Schüler und Schüler (Z.767f.). Er ist der Ansicht, dass „*das Rechnen*“ (Z.619) den Lernenden hilft, den „*logischen Aufbau*“ (Z.616) der Mathematik zu verstehen. In seinem Mathematikunterricht bedeutet „*das Rechnen so wie es in Anführungsstrichen Rechnen heißt eben ts äh das A und O*“ (Z.56f.).

---

## Kategorisierung der Beliefs über das Wesen der Mathematik

Die Beliefs von Herrn C weisen auf eine starke Dominanz des Schema-Aspektes hin.

### 6.3.2. Beliefs über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht

Der von den Schülerinnen und Schüler und Schülern zu lernende Sachverhalt wird stets von Herrn C dargeboten: „*So das ist eben halt so. [...] Und dann muss man ihnen dass ... einpauken.*“ (Z.514ff.).

Herr C sieht seine Rolle als Lehrer darin, „*die Gedanken [der Schülerinnen und Schüler und Schüler] bisschen zu lenken*“ (Z.512ff.). Der Lehrer spricht davon, dass er häufig „*vom Lehrer aus die Leitung übernehmen*“ muss (Z.194). Dieses Verhalten zeigt sich in der folgenden Schilderung von Herrn C: „*Dann sag ich, guck her. ... Was machen wir jetzt? Schreiben das hin. ... So. ... Grundwert und nicht Prozentwert ausrechnen. Was muss ich jetzt erst mal machen, damit ich auf ein Prozent komme? Ja, durch hundert teilen. So. Wie viel Prozent hab ich jetzt? Ja, ein Prozent. ... Und wie viel Prozent will ich haben?*“ (Z.583ff.).

Herr C sieht sich in seinem Unterricht als einen Alleswisser und erwartet von den Schülerinnen und Schüler und Schülern, dass sie seine Aussagen nicht kritisch hinterfragen: „*Da muss man eben einfach sagen, das ist eben so. Und da kommen die Schüler dann äh meiner Meinung nach, meiner Erfahrung eben äh sehr sehr gut mit zurecht. Sie nehmen das dann auch so.*“ (Z.570ff.).

Lernen funktioniert nach Ansicht von Herrn C indem die Schülerinnen und Schüler und Schüler „*konkret was vor Augen haben, wo sie ganz stur nach äh ... nach äh ... irgendwas rechnen können*“ (Z.265f.). Mit dieser Strategie „*kommt der [Lernende] schematisch*“ zum Ergebnis (Z.261). Herr C befürwortet nachvollziehendes Lernen: „*Sollten sie sich mit Hilfe des Buches, wo das ja schön aufgezeichnet ist äh, sollten sie jeder für sich selbst das äh entwickeln und mal aufschreiben, praktisch nur ne Bildbeschreibung machen, was gemeint ist.*“ (Z.180ff.).

Herr C verweist darauf, dass „*in den äh Büchern meist sehr sehr äh verschachtelte [...] Aufgaben sind*“ (Z.22f.), die eine Zerlegung seinerseits erfordern.

Die Schülerinnen und Schüler und Schüler übernehmen im Mathematikunterricht von Herrn C eine passive Rolle, so dass sie die wesentlichen Sachverhalte „*eingepaukt bekommen*“ (Z.165).

---

## Kategorisierung der Beliefs über Lehr-Lern-Formen

Herr C zeigt statisch orientierte Beliefs über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht auf.

### 6.3.3. Innovationsbereitschaft

Herr C ist der Ansicht, dass „Veränderungen [...] im normalen Aufbau der Aufgabe notwendig“ (Z.21f.) seien. Er betont, dass man aus Innovationsansätzen „bisschen was rausziehen und verändern“ könne (Z.36f.). Es wird deutlich, dass Herr C Fortbildungsseminare wahrnimmt (Z.78) und die dort vorgestellten Aufgaben in seinem Unterricht ausprobiert (Z.787). Herr C führt zahlreiche Beispiele auf, die in den Seminaren vorgestellt wurden (Z.79) (Z.713) (Z.787).

### 6.3.4. Beliefs über Realitätsbezüge im Mathematikunterricht

#### Verständnis des Begriffs Realität im Mathematikunterricht

Für Herrn C wird ein realitätsbezogenes Beispiel dadurch charakterisiert, dass es „was ganz handfestes Konkretes“ (Z. 729) ist. „Das muss [für die Schülerinnen und Schüler und Schüler] handgreiflich äh äh sein“ (Z.569). Herr C veranschaulicht diese Definition an zahlreichen Beispielen aus seinem Mathematikunterricht: „Aber wenn ich jetzt äh habe zum Beispiel ich hab hier ne Tüte mit fünf Äpfeln ... und pack da noch drei Äpfel dazu dann hab ich ne Tüte mit äh ... acht Äpfeln. [...] So, das ist Realität.“ (Z.100ff.).

Ein wesentliches Merkmal von Realitätsbezügen besteht für Herrn C darin, „dass äh nicht zu ver äh zu sehr verbal alles gemacht werden muss“ (Z.542f.). „Es äh äh muss der Text äh wirklich übertragbar sein, übersetzbar sein mit der mathematischen äh Aussage“ (Z.547f.).

Realitätsbezüge müssen für Herrn C „irgendwie äh, greifbar sein, anschaulich in Hinblick äh auf die Ereig ... auf das eigene Umfeld“ (Z.748f.). Die Schülerinnen und Schüler und Schüler sollen einen „Bezug zu haben“ (Z.739). Bei der näheren Betrachtung der von Herrn C aufgeführten Beispiele wird der Bezug zu der Schülerwelt deutlich: „Wir waren äh und das war im letzten Jahr waren wir auf Klassenreise ... und äh äh hatten dort dann äh ... zum Beispiel waren wir mit dem Schiff unterwegs, äh mussten die Zeitrelationen nur aufstellen“ (Z.217ff.). Herr C greift immer wieder auf Situationen zurück, die die Schülerinnen und Schüler und Schüler erlebt haben: Der

---

„Kartenkauf [...] für ne Klassenreise oder für ne Veranstaltung“ (Z.114), „Berechnung, was Vater und Mutter in der Tasche haben nach den und den Abzügen“ (Z.457f.) oder „Fugen äh ausstemmen mit nem Stemmbeil“ (Z.437f.) werden als Beispiele für Realitätsbezüge herangezogen.

Die Realitätsbezüge sind im Unterricht *„immer auf äh momentan einzelne Themen bezogen“* (Z.337).

Herr C unterstreicht, dass die realitätsbezogenen Beispiele *„nicht zu komplex“* (Z.542) sein dürfen. Mit dieser Begründung rechtfertigt Herr C das *„Konstruieren von Aufgaben“* (Z.758). Er gibt zu, dass *„hin und wieder [...] auch so was konstruiert“* ist (Z.531ff.).

### **Funktion von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht**

Herr C greift auf realitätsbezogene Beispiele zurück, um den Schülerinnen und Schülern Abstraktes zu veranschaulichen: *„Weil in der Mathematik und sehr vieles auch zu abstrakt alles noch ist. [...] Es ist nicht fassbar, es ist nicht äh, wieso ist äh zwei plus drei fünf?“* (Z.484ff.). Um diesen Sachverhalt den Lernenden zu verdeutlichen, sucht Herr C einen Bezug zur Realität: *„Nimm hier dein zwei von den Klötzen ... siehst du ja, und packst noch drei dazu, ... dann ist zusammen?“* (Z.551f.). Ebenso verfährt der Lehrer bei der Verdeutlichung des Symbols Gleichheitszeichen: *„Ja. Was bedeutet das Gleichheitszeichen? ... So, und dann ... geht man wieder erst mal los: Gleich, ... dann hat man ne Waage“* (Z.632ff.). Diese Funktion wird besonders daran deutlich, dass Herr C realitätsbezogene Beispiele, die nah am behandelten Thema liegen, spontan im Laufe der Unterrichtsstunde entwickelt: *„Wenn ich da an der Tafel stehe und äh dann äh das, ein Thema äh Thema habe ... äh eins, das ich dann aus der Realität heraus äh irgendwie ... ts ... äh mir was einfällt.“* (Z.529ff.).

Eine weitere Funktion von Realitätsbezügen besteht für Herrn C darin, den Mathematikunterricht aufzulockern: *„Man muss äh muss drauf achten, dass äh die Mathematik nicht zu trocken“* von den Schülerinnen und Schüler und Schülern empfunden wird (Z.764).

---

### **Ziele von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht**

Es werden zwei grundsätzliche Zielsetzungen, die Herr C mit Hilfe von Realitätsbezügen verfolgt, sichtbar. Sie unterscheiden sich jedoch in ihrer Ausprägung stark. Das dominante Ziel ist der Erwerb mathematischer Regeln und Verfahren: *„Und haben das immer so [mit Hilfe von Realitätsbezug] nur beibringen können. Auch das einfache Rechnen.“* (Z.108f.) *„Ohne ts den [Realitätsbezug] kann man im Grunde genommen äh ts ... die ganzen Sachen nicht rechnen“* (Z.236f.).

Die zweite Zielsetzung besteht darin, bei den Schülerinnen und Schüler und Schülern *„die Erkenntnis äh hervorzubringen, dass äh Mathematik nicht einfach nur ein Hirngespinnst ist, [...] was man leider lernen muss, sondern weil äh man täglich, im täglichen Leben von Morgens bis Abends mit dieser Materie äh verbunden ist und davon abhängig ist“* (Z.471ff.). Der Mathematikunterricht soll den Schülerinnen und Schüler und Schülern bei der Umweltbewältigung helfen: *„Seht ihr, wir haben äh diese Fragen und eure Fragen ... bezüglich zum Beispiel der Busfahrt: Wann sind wir endlich da? Äh ... waren vollkommen blödsinnig, denn ihr hättet ja euch das ausrechnen können.“* (Z.227f.). An den Beispielen, die Herr C für Realitätsbezüge nennt, wird jedoch sichtbar, dass er die Mathematik, die für ihn einen Lebensbezug hat, auf Rechenfertigkeiten beschränkt: *„Kartenkauf wird für ne Klassenreise oder für ne Veranstaltung [...]. So dann äh z heißt es ja wir brauchen äh zweiundzwanzig Karten.[...] wir müssen das äh wissen ... wie teuer die Fahrt dahin ist. Wir müssen wissen, wie teuer der Eintritt ist. ... So, und dann müssen wir nachher wissen, wie viel müssen wir gesamt bezahlen.“* (Z.114ff.) *„Wir fahren so und so viele Kilometer und äh ... wollen äh da und da hin. Wie viel äh Kil äh wie viel Benzin brauchen wir?“* (Z.557f.).

### **Stellenwert von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht**

Für Herrn C muss *„Realität [...] immer mit einbezogen werden“* (Z.90). Er betont, dass *„der Bezug [zur Realität] [...] irgendwie da sein“* (Z.280) soll. In dem Mathematikunterricht von Herrn C sind Realitätsbezüge *„eben halt äh so gang und gebe“* (Z.235f.).

---

### **Ablehnung von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht**

Herr C lehnt das realitätsbezogene SINUS - Beispiel der „*Bundestagswahl*“ (Z.713) ab, „*weil da viel zu viel [...] Geistespotential äh drin steckt*“ (Z.719f.). Das Problem sieht er darin, dass er „*mit äh äh Kalkulationen arbeiten*“ (Z.727f.) muss: „*Wie könnte eventuell was sein?*“ (Z.728). Daraus folgt für ihn, dass er „*nie äh äh was ganz handfestes Konkretes*“ (Z.728f.) als Ergebnis herausbekommen würde. Als zweiten Grund seiner Ablehnung gibt Herr C an, dass die Schülerinnen und Schüler und Schüler „*überhaupt keinen Bezug zu[m]*“ (Z.741) Thema hätten.

### **Lehr-Lern-Formen im realitätsbezogenen Mathematikunterricht**

Herr C übernimmt die Leitung während der Bearbeitung von Realitätsbezügen in seinem Mathematikunterricht: „*Man muss ihnen die Nase immer darauf stoßen und sagen das mehr oder weniger vorgeben, was da ist.*“ (Z.479f.). Seiner Meinung nach ist es nicht möglich, die Schülerinnen und Schüler und Schüler „*selbst erforschen [zu] lassen*“ (Z.151), weil sie Schwierigkeiten damit hätten, „*selbständig äh Sachen [zu] durchblicken*“ (Z.478f.). Sie würden „*immer so einen Vorreiter*“ benötigen (Z.481f.).

Für die Schülerinnen und Schüler und Schüler müsse es „*ganz konkret sein. Da beginn ich, ... und jetzt ist es Schritt eins, Schritt zwei, Schritt drei*“ (Z.160f.). Dies hat zur Folge, dass Herr C die folgende realitätsbezogene Aufgaben zerlegt: „*bist jetzt schon so viel Kilometer gefahren, jetzt erst mal der Schritt äh ... wir haben äh ja so viel drin gehabt ... Wir wissen ja, so viel verbrauchen wir, verbraucht das Auto. Wie viel haben wir jetzt erst mal noch drin? [...] Und nicht gleich, wi äh wir sind so und so viel Kilometer gefahren, wie viel müssen wir tanken?*“ (Z.559ff.). Herr C begründet sein Vorgehen damit, dass „*je komplexer das Ganze wird, ... desto uneinsichtiger wird das für die Schüler*“ (Z.339f.).

Bei der Beschaffung von Informationen, die zur Lösung einer realitätsbezogenen Aufgabe nötig sind, verhalten sich die Schülerinnen und Schüler und Schüler passiv: „*Entweder ts gebe ich sie vor, oder sie müssen d äh aus Erfahrungssache das selbst finden auf den Preis, die Preise muss ich in der Regel vorgeben*“ (Z.142ff.). Herr C ist der Meinung, dass er „*fast alles vorgeben*“ (Z.149) müsse.

Aus der Perspektive von Herrn C wollen Schülerinnen und Schüler und Schüler Arbeitsanweisungen, nach denen sie „*einfach ganz stur rechnen können*“ (Z.243f.).

---

### 6.3.5. Konfrontation mit realitätsbezogener Aufgabe

#### Vorgehen bei der Lösung der Aufgabe

In dem Interview wird sichtbar, dass Herr C keinen Lösungsansatz für die Aufgabe sucht, sondern im Anschluss an das Lesen der Aufgabenstellung seine Ablehnung zeigt und Veränderungsvorschläge anbietet (Z.944ff.).

#### Bewertung der Aufgabe

Herr C lehnt die vorgelegte Aufgabe ab: „Würde ich bei mir ... nicht machen können“ (Z.644f.). Trotz der anfangs ablehnenden Haltung ist Herr C nach einigen Veränderungen an der Aufgabe der Meinung, eine geeignete realitätsbezogene Aufgabe für seinen Mathematikunterricht gefunden zu haben (Z.1032ff.).

#### Schwierigkeit im Bezug auf die Auffassung von Realitätsbezügen

Herr C ist der Ansicht, dass in der Aufgabe „*einmal äh viel zu viel Text*“ gegeben sei (Z.950). Aus seiner Perspektive könnte er „*im ersten Moment [...] mit dieser Aufgabe nicht all zu viel anfangen*“, (Z.1055f.) weil für ihn die Aufgabe in den Bereich der Geschichte falle: Adenauer „*hat von dann und dann gelebt. (Lachen) Geschichtsthema*“ (Z.1060f.). Deshalb empfindet Herr C den ersten Teil der Aufgabe als „*sehr irritierend*“ (Z.996) für seine Schülerinnen und Schüler und befürchtet, dass „*sie überhaupt nichts mit anfangen könnten*“ (Z.996f.). Herr C lehnt das Schätzen ab, weil es für ihn „*nichts äh greifbares*“ sei (Z.1067). In der Aufgabe ist seiner Ansicht nach „*im Hinblick auf Mathematik äh ... äh für diese Kinder nichts fassbares drin*“ (Z.954f.): „*Mit den 46 äh Metern unten könnten sie nichts anfangen*“ (Z.955).

#### Veränderung im Bezug auf die Auffassung von Realitätsbezügen

Den ersten Teil der Aufgabe will Herr C „*ganz streichen*“ (Z.1001). Die entscheidende Veränderung, die Herr C durchführt, besteht darin, den Schülerinnen und Schüler und Schülern „*wesentlich mehr Zahlenangaben*“ vorzugeben (Z.960). Die gesamte Aufgabe wird in drei Teile gespalten (Z.966ff.). Die neue Aufgabenformulierung des ersten Teils lautet: „*Dieser äh ts Kopf äh zeigt äh den äh ... Kanzler ... und dazu [...] benötigte man schon einen Quader.*“ (Z.1005ff.) „*Der hat eine Kantenlänge ... oder so eine Höhe von ... und eine Fläche von.*“ (Z.969) „*Wie äh groß ist äh ... der Quader, aus dem äh dieser*

---

*Kopf äh ... gemacht wird?“ (Z.967f.). Im zweiten Teil wird auf das gesamte Denkmal Bezug genommen: „Konrad Adenauer war so und so groß.“ (Z.976f.) „Welchen Quaderblock müsste man dann zur Verfügung haben.“ (Z.986f.). Der untere Teil der ursprünglichen Aufgabenstellung wird so umgewandelt, dass die Schülerinnen und Schüler und Schüler aufgefordert werden, den „eventuellen Unterschied äh zwischen beiden [Statuen] äh [zu] finden“ (Z.1019f.) oder zu berechnen, „welche Statue ist größer oder ... kleiner [...] im Verhältnis“ (Z.1024f.).*

### **Schwierigkeit im Bezug auf Lehr-Lern-Formen**

Herr C unterstreicht, dass „in dieser Struktur [...] überhaupt nichts dabei rauskommen“ (Z.1025f.) würde, weil die Schülerinnen und Schüler und Schüler mit dem „Aufbau der [...] Sache [...] nicht mit zurecht kommen“ (Z.1046f.) würden.

### **Veränderung im Bezug auf Lehr-Lern-Formen**

Herr C würde die vorgelegte Aufgabe in seinem Mathematikunterricht in drei Teile zerlegen, die genaue Arbeitsanweisungen enthalten würden (Z.966ff.) und in der neuen Aufgabenstellung „wesentlich mehr Zahlenangaben“ vorgeben (Z.960).

---

## 6.4. EINZELFALLANALYSE - HERR D

Der Lehrer ist seit 32 Jahren als studierter Mathematik- und Sportlehrer in der Sekundarstufe I und II tätig. Zur Zeit unterrichtet er an einem Gymnasium.

### 6.4.1. Beliefs über das Wesen der Mathematik

Herr D bezeichnet Mathematik als eine „*besondere Zeichensprache*“ (Z.450), die „*anwendungsübergreifend*“ (Z.190) ist. „*Ein wesentliches Element der Mathematik*“ (Z.174) ist für Herrn D „*die Anwendungsfreiheit*“ (Z.175). Herr D versteht Mathematik als „*abstraktes Denken. Losgelöst von konkreten Anwendungen*“ (Z.175f.).

Nach seiner Auffassung wird Mathematik „*durch ihre formalen äh äh Eigenschaften*“ (Z.461f.) und ihre „*Abstraktion*“ (Z.461) charakterisiert. Herr D spricht in Bezug auf Mathematik vom „*mathematischen Gebäude*“ (Z.225), welches auf der Grundlage von „*logischen Strukturen*“ (Z.182) entstanden ist. Mit Hilfe von „*Beweisen*“ (Z.617) lässt sich „*einfach mal nachprüfen, ob [eine Aussage] [...] stimmt*“ (Z.618).

In seinem Mathematikunterricht orientiert sich Herr D an dem „*Aufbau der Mathematik*“ (Z.426f.). Er geht „*davon aus äh was fordert die Mathematik jetzt*“ (Z.377f.). Wenn Herr D „*in Klasse äh sechs äh jetzt Brüche durchgenommen hat, dann fordert [die Mathematik] [...] in Klasse sieben die rationalen Zahlen*“ (Z.421f.).

Primäres Ziel von Herrn D ist, dass die Schülerinnen und Schüler und Schüler „*in dieser Zeichensprache ähm ähm ... zu Hause*“ sind (Z.456f.). Sie sollen eine „*Mischung*“ aus „*Faktenwissen und äh Denkvermögen*“ erlangen (Z.1124f.).

Wichtig ist für Herrn D, dass die Schülerinnen und Schüler und Schüler „*Interesse an der Mathematik gewinnen*“ (Z.584f.). Sie sollen Spaß dran haben, eine Gleichung zu lösen: „*Mensch, wie wie wie kann ich die quadratische Gleichung lösen?*“ (Z.482f.).

### Kategorisierung der Beliefs über das Wesen der Mathematik

Bei Herrn D lässt sich eine klare Ausprägung in der Dimension des Formalismus-Aspektes erkennen.

### 6.4.2. Beliefs über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht

Herr D verwendet „*zu neunzig Prozent Frontalunterricht*“ (Z.1029). Seiner Ansicht nach „*brauchen [die Schülerinnen und Schüler und Schüler] auch, sagen wir mal, ich*

---

nenne das ruhig mal Paukunterricht“ (Z.69), damit sie „bestimmte Sachen im Schlaf können“ (Z.73). Zugleich betont Herr D, „dass es [nicht] immer in die eine Richtung geht“ (Z.1051f.).

„In der Regel [...] kriegen [die Schülerinnen und Schüler und Schüler] erst mal eine Musteraufgabe“ (Z.115ff.) von Herrn D vorgeführt. Die Schülerinnen und Schüler und Schüler „müssen [...] erst mal in der Lage sein, äh das zu verstehen. Und dann kriegen sie ähnliche Aufgaben“ (Z.121f.). Die Lernenden sollen „erkennen“, dass es „eigentlich mathematisch das gleiche ... äh nur in einer anderen Aufgabe gekleidet“ ist (Z.124f.). Herr D lehnt es ab, den Lernenden „eine Aufgabe [zu] geben“ und zu sagen, „so knobelt jetzt hier mal so rum“ (Z.116f.).

Kommunikation unter den Schülerinnen und Schüler und Schülern ist im Unterricht von Herrn D eine „Ausnahme“ (Z.1036). Falls Herr D dennoch auf Partnerunterricht zurückgreift, erfolgt es auf die folgende Weise: „Jeder versucht jetzt mal und wenn er ein Ergebnis hat, dann tauscht er das mal mit äh Nachbarn aus. Entweder wird das Ergebnis bestätigt, oder wenn es äh äh Unterschiede gibt, [...] redet ihr darüber.“ (Z.1033ff.).

Herr D ist der Ansicht, dass Schülerinnen und Schüler und Schüler „irgendwas in der, in der Hand haben [wollen]. Also an, an Können und Wissen“ (Z.1115f.). Sie möchten „am Ende auch mal wissen, [...] [wie sie] eine quadratische Gleichung lösen“ können (Z.1129f.).

Ein Problem, auf das Herr D verweist, besteht darin, dass Lernende aufgeben, „wenn das nicht äh ... nach zwei drei Nachdenken äh funktioniert“ (Z.203).

### **Kategorisierung der Beliefs über Lehr-Lern-Formen**

Herr D zeigt statisch orientierte Beliefs über die Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht auf.

#### **6.4.3. Innovationsbereitschaft**

Herr D ist Veränderungen „grundsätzlich positiv“ (Z.5) gegenübergestellt und betont, dass es notwendig sei, sich Veränderungsansätze zu überlegen, „wenn man über längere Strecken mit den äh Ergebnissen, die die Schüler bringen, nicht zufrieden ist“ (Z.53f.). Herr D bezieht die Zeitschrift „Mathematik lehren“, in der er nicht nur Anregungen für seinen Unterricht findet (Z.630ff.) (Z.943ff.), sondern auch die in dem

---

Heft vorgeschlagenen Unterrichtseinheiten umsetzt (Z.687ff.) (Z.278ff.). Herr D hebt die Kooperation zwischen dem Lehrerkollegium hervor: Es werden nicht nur gemeinsam mathematische Aufgaben gelöst (Z.565), sondern auch Probleme, die die Schülerinnen und Schüler und Schüler in Mathematik haben, diskutiert (Z. 93ff.).

#### **6.4.4. Beliefs über Realitätsbezüge im Mathematikunterricht**

##### **Verständnis des Begriffs Realität im Mathematikunterricht**

In Bezug auf die „Zinsrechnung“ (Z.20) sind die realitätsnahen Aufgaben eindeutig auf das Unterrichtsthema bezogen: *„Dass jemand einen Bausparvertrag hat und wollte dann wissen, wie lang muss er sparen, um auf den und den Betrag zu kommen. Oder ein äh ... äh Selbständiger, der wollte seine künftiges Rentenalter, wollte er finanzieren und wollte wissen wie viel hundert tausend Euro muss ich jetzt sparen, damit ich von den Zinsen leben kann?“* (Z.27ff.). Herr D nennt als weiteres Beispiel ein Vermessungspraktikum, in dem die Schülerinnen und Schüler und Schüler mit Hilfe eines Geodäten die Höhe von Gebäuden ausgemessen haben. Bei dieser Unterrichtseinheit wird

ebenfalls nur auf ein Thema, nämlich „Trigonometrie“ (Z. 255) zurückgegriffen.

Für Herrn D ist es wichtig, dass realitätsbezogene Beispiele *„theoretisch oder ideal äh an die Interessenlage der Schüler in dem Alter in der Situation so anknüpfen“* (Z.9f.).

##### **Funktion von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht**

Primäre Funktion von realitätsbezogenen Beispielen sieht Herr D darin, die Schülerinnen und Schüler und Schüler *„für ne äh mathematische Gleichung äh [zu] begeistern“* (Z.485f.). Herr D verweist darauf, dass er Realitätsbezüge *„in der Regel als Mittel, um zu diesem abstrakten Denken zu kommen“*, benutzt (Z.177f.). Für Herrn D ist es wichtig, dass sich die Schülerinnen und Schüler und Schüler *„überhaupt ... bemühen äh, ja über dieses Problem nachzudenken. ... Weil also, ne große Erscheinung heute ist, dass Schüler äh ... also man kann sie mit abstrakten Dingen äh, sie resignieren dann schnell“* (Z.200ff.). Somit erfüllen für Herrn D Realitätsbezüge die Funktion der *„Motivation“* (Z.391) (Z.491). Sie sind *„eigentlich nur der Aufhänger, um die Schüler zu motivieren“* (Z.193).

---

### **Ziele von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht**

Für das „Vermessungspraktikum“ (Z.249) nennt Herr D als Ziel den Umgang mit „Sinus äh, beziehungsweise Tangens, trigonometrische Funktionen“ (Z.256). Bei dem Beispiel der „Zinsrechnung“ (Z.20) wird deutlich, dass Herr D innermathematische Sachverhalte zum Ziel setzt: „Legt Maria Geld an aufn, aufs Sparbuch und nach soviel Zeit hat sie so und soviel Zinsen.“ (Z.20ff.). Bei der „Verkehrszählung“ (Z.268) hat Herr D das Ziel verfolgt, bei den Schülerinnen und Schülern „die Fähigkeit äh [...] ne Menge von Daten [...] erst zu ordnen. Und zwar so zu ordnen, dass man auch, wenn auch nur begrenzt daraus was entnehmen kann und auch andere ... Tabellen anfertigen“ kann (Z.309ff.). Sie sollten lernen „dieses Zahlenmaterial äh zu strukturieren“ (Z.321f.).

### **Stellenwert von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht**

Für Herrn D stehen Realitätsbezüge „nicht an erster Stelle“ (Z.238). Er guckt „nicht auf Teufel komm heraus, wo gibt es jetzt Anwendungsaufgaben“ (Z.413f.), sondern versucht einen „großen Teil des Unterrichts [...] ohne diese Anwendungsaufgaben, äh sich [...] zu überlegen“ (Z.410f.). Bei ihm steht „nicht an erster Stelle äh äh ... wie realitätsnah“ (Z.218) ein Sachverhalt ist, sondern „welchen Rang äh [es] innerhalb [...] des mathematischen Gebäudes“ (Z.224f.) einnimmt.

Herr D nennt in dem gesamten Interview vier realitätsbezogene Beispiele. Ein „kleines Vermessungspraktikum“ (Z.249), welches sich „ergab“ (Z.251), weil „ein Vater äh, der hatte da Beziehungen zu“ (Z.251f.) und einen „Geodäten“ (Z.250) zur Verfügung gestellt hat.

Eine „Verkehrszählung“ (Z.268) hat Herr D „vor drei oder vier Jahren gemacht“ (Z.303). In dem Zusammenhang verweist Herr D darauf, dass „das Gebiet der Stochastik [...], beschreibende Statistik“ (Z.266f.) von ihm „ziemlich stiefmütterlich“ (Z.265) behandelt werde.

Das dritte Beispiel, das Herr D nennt, ist die „kleine Forscherfrage“ (Z.361f.), die im Rahmen des Schulprogramms durchgeführt wurde. Diese bezog sich auf Naturwissenschaften, so dass Herr D zwei Schülerinnen und Schüler, die „einen Fragebogen entwickeln [...] und Schüler [...] nach Taschengeld und so was“ (Z.362) befragten, betreute. Dieses Projekt „war im letzten Jahr“ durchgeführt worden (Z.330).

---

Auf die Frage nach einem realitätsbezogenem Beispiel, das der Lehrer in letzter Zeit durchgeführt hat, nennt Herr D die „*kleine Forscherfrage*“ (Z.361f.).

„*Zinsrechnung*“ (Z.20) wird von Herrn D als viertes Beispiel für Realitätsbezüge genannt.

### **Ablehnung von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht**

Herr D zeigt in seinen Ausführungen vier Gründe für seine ablehnende Meinung gegenüber Realitätsbezügen. Dabei dominiert die Begründung, dass man „*bei aller äh Offenheit gegenüber Anwendungsaufgaben [...] bei der Mathematik so bleiben [muss], als Mathematik*“ (Z.442ff.). Herr D findet, „*dass Schule sich öffnen soll, gegenüber der Umwelt*“ (Z.428). Trotzdem ist er der Überzeugung, „*dass Schule nach wie vor auch noch ein Raum für sich sein muss [...] Und Mathematik ist da besonders gut geeignet*“ (Z.429ff.). Die Schülerinnen und Schüler und Schüler sollen „*nicht sagen: Ja wofür brauche ich denn eine quadratische Gleichung?*“ (Z.483f.), sondern „*eine Begeisterung [...] entwickeln, dass sie einfach ... ein Problem lösen, ohne dass sie sagen, das brauch ich jetzt*“ (Z.476ff.). Für Herrn D ist es wichtig, den Schülerinnen und Schüler und Schülern „*innerhalb der Mathematik*“ (Z.488) den „*Spaß*“ (Z.489) zu vermitteln und „*da braucht man eigentlich nicht zu fragen, wofür kann man das mal gebrauchen*“ (Z.526f.).

Herr D lehnt Realitätsbezüge ab, weil „*es äh sehr schwer ist, an die äh ... an die Interessenslage [der Lernenden] äh da anzuknüpfen. Also selbst, wenn man sagt, äh Prozentrechnung, Zinsrechnung neigt man dazu zu sagen, ja das ist wichtig. Aber das heißt noch nicht, dass das für Fritz jetzt in Klasse 7, äh in seiner jetzigen Situation wichtig ist*“ (Z.392ff.). Obwohl für Herrn D „*die Prozent- und Zinsrechnung relativ lebensnah*“ (Z.32f.) ist, stellt der Lehrer fest, „*dass es nicht jeden [Lernenden] trifft*“ (Z.34) und einige Schülerinnen und Schüler und Schüler sagen, dass sie „*noch kein Sparbuch*“ (Z.26) hätten. Für den Lehrer ist es nicht möglich „*die Interessen jedes Einzelnen auch noch so aufdröseln vom Unterricht her*“ (Z.406f.).

Herr D ist der Auffassung, dass „*physikalische Probleme*“ (Z.149f.) im Mathematikunterricht nicht einbezogen werden können, weil man den Schülerinnen und Schüler und Schülern „*erst mal die die Inhalte von diesem Fach äh äh ... so vermitteln*“ muss (Z.155f.).

---

Im Zusammenhang mit Realitätsbezügen sieht Herr D „das Problem“ (Z.145) darin, dass dort „wieder andere Gebiete berührt“ (Z.146) werden: „Da kommt irgendwas mit Meter und Kilometer, und dann wissen plötzlich einige [Lernende] wieder nicht äh, dass ein Kilometer tausend Meter ist.“ (Z.147f.).

### **Lehr-Lern-Formen im realitätsbezogenen Mathematikunterricht<sup>44</sup>**

Zu Beginn der Bearbeitung einer realitätsbezogenen Aufgabe würde Herr D „erst mal [...] Antworten sammeln“ (Z.716) und diese „an die Tafel schreiben“ (Z.719): „Da steht das erst mal an der Tafel, und dann schreiben sie das erst mal alle ab, damit sie auch nachher selber was haben, von der, von der Vielfalt.“ (Z.723ff.). Herr D ist der Ansicht, dass man anschließend „erst mal, so nach Plausibilität [...] bestimmte Sachen ausschließen“ (Z.726f.) könne, indem man den Schülerinnen und Schülern „bisschen so suggestive Fragen“ (Z.727) stellt. Herr D versteht seine Rolle als Lehrer in der Leitung des Unterrichts: „Man muss eigentlich genau wissen, was man will. [...] Also was man äh äh erreichen will.“ (Z.833f.). Mit Hilfe von Fragen seitens des Lehrers sollen die Schülerinnen und Schüler zum Ergebnis gelangen (Z.925ff.).

Weil Herr D sich als einen Alleswisser versteht, verweist er auf seine umfassende Vorbereitung vom realitätsbezogenen Mathematikunterricht: „Da wüsste ich schon, da muss ich mich gut drauf vorbereiten, auf den Unterricht.“ (Z.928f.).

Um den Schülerinnen und Schülern die Aufgabe zugänglich zu machen, würde Herr D eine realitätsbezogene Aufgabe zerlegen (Z.921ff.).

Die Aktivität der Schülerinnen und Schüler besteht darin, dass sie aufgefordert werden, etwas „selber“ zu „messen“ (Z.779).

---

<sup>44</sup> Da Herr D die Realitätsbezüge aus seinem Unterricht nur knapp beschreibt, ist es nicht möglich seine Lehr-Lern-Formen im realitätsbezogenen Mathematikunterricht zu rekonstruieren. Der Lehrer schildert jedoch sehr ausführlich, wie er die von mir vorgelegte Aufgabe in seinem Unterricht durchführen würde, so dass es möglich ist, daraus seine Lehr-Lern-Formen zu bestimmen.

---

#### **6.4.5. Konfrontation mit realitätsbezogener Aufgabe**

##### **Vorgehen bei der Lösung der Aufgabe**

Weil Herr D die Aufgabe auf den Begriff des Maßstabs reduziert, verweist die Interviewerin darauf, dass in der Aufgabe keine Zahlenangaben gegeben seien (Z.705ff.). Der Ansatz, den Herr D daraufhin macht, besteht darin, „den Kopf von dem Adenauer [...] und den Kopf von dem Jungen“ zu messen (Z.750f.). Er nimmt an, dass „der Kopf vielleicht ein sechstel der Gesamtkörperlänge“ (Z.765f.) ist, und berücksichtigt, dass „das bei Kindern und Erwachsenen vielleicht anders“ (Z.766f.) ist. Auf den Hinweis der Interviewerin, dass man schätzen müsste, wie groß das Kind in Wirklichkeit ist, gibt Herr D zu, dass er das „noch gar nicht bedacht“ habe (Z.791). Er macht den Ansatz, das Kind mit „Gegenständen, die in der Nähe sind“ zu vergleichen (Z.800). Dabei stellt er jedoch fest, dass die „Laterne [...] ein Stück weiter entfernt“ ist und „man gar nicht den Fußpunkt“ sieht (Z.801ff.).

##### **Bewertung der Aufgabe**

Herr D empfindet die Aufgabe als „sehr interessant“ (Z.671) (Z.748) und „toll [...], weil das eben so äh vielfältig ist“ (Z.774). Aus seiner Perspektive „steckt [in der Aufgabe] ja viel drin“ (Z.874) und sie ist „als äh ... Anregung [...] schon ne Menge“ (Z.1008f.). Der Lehrer ordnet die Aufgabe der sechsten Klasse zu, weil dort „im Rahmen der Bruchrechnung“ (Z.763) „Verhältnisse“ (Z.762) vorkommen. Im Laufe des Interviews verweist Herr D darauf, dass man „selbst als Erwachsener [...] überlegen [müsste], ja was sollen wir jetzt machen“ (Z.822ff.).

##### **Schwierigkeit im Bezug auf die Auffassung von Realitätsbezügen**

Herr D sieht die Schwierigkeit darin, dass er sich „nicht rantrauen [...] [würde,] aus diesem Bild, alle möglichen, und das ist eine Menge, mathematischen Fertigkeiten, die man so braucht“, anzusprechen (Z.987ff.). Ohne eine Schwerpunktsetzung wird Herr D „immer so ein bisschen kribbelig“ (Z.1004), weil er befürchtet, dass er sich „am Ende [...] so ein bisschen äh verzettelt“ (1006ff.) und „die Kinder so von jedem etwas haben“ (Z.1007).

---

### **Veränderung im Bezug auf die Auffassung von Realitätsbezügen**

Um die Verzettlung zu vermeiden, ist Herr D der Ansicht, dass man sich vorher „genau überlegen“ (Z.771) müsse, „welchen Schwerpunkt man jetzt da setzt“ (Z.772f.). Einen geeigneten Schwerpunkt sieht Herr D in dem „Messen“ (Z.840): „Dieses Messen von äh ... also von Figuren, oder hier Gegenständen [...] und dann im Vergleich zu anderen Gegenständen.“ (Z.886ff.). Ein anderer Schwerpunkt besteht im „Rechnen, so Verhältnisrechnen [...] Proportionen“ (Z.957ff.). Der dritte Schwerpunkt, den sich Herr D vorstellen könnte, ist das „Schätzen“ (Z.998). Herr D unterstreicht, dass er diese Aufgabe „nur als Anwendung nehmen“ würde (Z.991f.): „Wenn man jetzt Verhältnisrechnung so gemacht hat, und dann gucken wir mal, wie kann man das hier äh machen. [...] Dann würde möglicherweise das Schätzen nicht im Vordergrund stehen. Und wenn ich jetzt Schwerpunkt mal Schätzen hab, dann würde ich das auch mal reingeben und sagen, jetzt schätzt das mal.“ (Z.9921ff.).

Eine weitere Veränderung, die Herr D an der vorgelegten Aufgabe durchführt, ist die Vorgabe der wesentlichen Daten: „Verhältnis so von Kopf [...] einsiebtel [...] Das würde ich zum Beispiel dann reingeben.“ (Z.969ff.) „Proportionen bei Erwachsenen sind ja auch wieder andere als bei Kinder. [...] Und gibt ihnen dann so was vor.“ (Z.960ff.).

### **Veränderung im Bezug auf Lehr-Lern-Formen**

Herr D spaltet die Aufgabe in zwei Teile, damit die Schülerinnen und Schüler und Schüler „nicht äh abgelenkt werden durch die Statue“ (Z.698f.). Den ersten Teil der Aufgabe zerlegt Herr D ebenfalls: „Mal erst mal mit dem Kopf anfangen“ (Z.921f.), der Übergang auf den „Körper [...] ist ja auch schon der nächste äh Schritt“ (Z.924).

---

## 6.5. FALLVERGLEICH UND ZUSAMMENFASSENDE ERGEBNISSE DER STUDIE

Aus Gründen der besseren Übersichtlichkeit werden die Ergebnisse der Untersuchung am Anfang zusammengefasst aufgeführt.

**1. Ergebnis:** Bei den untersuchten Lehrenden kann der Formalismus-, Schema-, Prozess- oder Anwendungsaspekt im Bezug auf die Beliefs über das Wesen der Mathematik rekonstruiert werden.

**2. Ergebnis:** Bei den untersuchten Lehrenden können statische oder dynamische Aspekte im Bezug auf die Beliefs über die Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht rekonstruiert werden.

Diese beiden Ergebnisse bestätigen die Ergebnisse der ersten Studie und werden daher im Folgenden nicht weiter ausgeführt.

**3. Ergebnis:** Realitätsbezüge, die dissonant zu den Beliefs der Lehrenden über das Wesen der Mathematik sind, werden von den Lehrenden konsonant zu ihren Beliefs interpretiert, marginalisiert oder abgelehnt. Dabei können die drei Strategien gleichzeitig von den Lehrenden verfolgt werden:.

Detaillierergebnisse:

- Der Begriff Realität wird vom Lehrenden so interpretiert, dass er zu seinen Beliefs über das Wesen der Mathematik konsonant wird.
- Die Funktionen von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht werden vom Lehrenden so interpretiert, dass sie zu seinen Beliefs über das Wesen der Mathematik konsonant werden.
- Die mit Realitätsbezügen verfolgten Ziele im Mathematikunterricht werden vom Lehrenden so interpretiert, dass sie zu seinen Beliefs über das Wesen der Mathematik konsonant sind.
- Aspekten von Realitätsbezügen, die dissonant zu den Beliefs über das Wesen der Mathematik sind, wird ein niedriger Stellenwert im Mathematikunterricht zugewiesen.

- 
- Realitätsbezogene Aspekte, die dissonant zu den Beliefs über das Wesen der Mathematik sind, werden vom Lehrenden abgelehnt.

**4. Ergebnis:** Die Aspekte der Durchführung von Realitätsbezügen im Unterricht werden vom Lehrenden so interpretiert, dass sie zu seinen Beliefs über die Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht konsonant sind.

**5. Ergebnis:** Das Vorgehen des Lehrenden bei der Lösung einer realitätsbezogenen Aufgabe wird durch seine Beliefs über das Wesen der Mathematik beeinflusst.

**6. Ergebnis:** Die vorgelegte realitätsbezogene Aufgabe wird von allen Lehrenden positiv bewertet. Sie wird jedoch so stark verändert, dass sie konsonant zu den Beliefs der Lehrenden über das Wesen der Mathematik und über die Lehr-Lern-Formen wird.

Detaillierergebnisse:

- Die vorgelegte realitätsbezogene Aufgabe wird unabhängig von den Beliefs über das Wesen der Mathematik und über die Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht positiv bewertet.
- Eine realitätsbezogene Aufgabe wird so stark verändert, dass sie konsonant zu den Beliefs der Lehrenden über das Wesen der Mathematik wird.
- Eine realitätsbezogene Aufgabe wird so stark verändert, dass sie konsonant zu den Beliefs der Lehrenden über die Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht wird.

**7. Ergebnis:** Die Lehrerinnen und Lehrer verbalisieren ihre Beliefs über das Wesen der Mathematik und über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht in Form von Metaphern.

Im Folgenden nun Erläuterungen zu den Ergebnissen.

**Zum 3. Ergebnis:** Realitätsbezüge, die dissonant zu den Beliefs der Lehrenden über das Wesen der Mathematik sind, werden von den Lehrenden konsonant zu ihren Beliefs interpretiert, marginalisiert oder abgelehnt. Dabei können die drei Strategien gleichzeitig von den Lehrenden verfolgt werden.

---

**Zum ersten Teilergebnis:** Der Begriff Realität wird vom Lehrenden so interpretiert, dass er zu seinen Beliefs über das Wesen der Mathematik konsonant wird.

Die wesentlichen Merkmale der von Frau A genannten Realitätsbezüge bestehen in dem hohen Grad an Authentizität und der Notwendigkeit des Rückgriffs auf außermathematisches Wissen zu deren Lösung. Sie weist darauf hin, dass die für den Unterricht herangezogenen realitätsnahen Aspekte für die Schülerinnen und Schüler und Schüler durchschaubar sein müssen. Die Realitätsbezüge können unter Verwendung verschiedener mathematischer Gebiete auf mehreren Wegen gelöst werden und die dabei erzielten Ergebnisse sind nicht eindeutig und erfordern eine Interpretation. Dabei hebt Frau A besonders hervor, dass die Ergebnisse realitätsbezogener Beispiele für die Schülerinnen und Schüler und Schüler oft unbekannt sind. Die realitätsbezogenen Beispiele werden von Frau B hauptsächlich durch ihre erstaunlichen Ergebnisse und ihre kreativen Lösungsmöglichkeiten charakterisiert. Dabei variiert der Grad an Authentizität im Vergleich zu dem von Frau A zwischen niedrig und hoch. Analog zu Frau A lassen die Realitätsbezüge von Frau B mehrere Lösungswege und Ergebnisse zu und erfordern den Rückgriff auf unterschiedliche mathematische und außermathematische Gebiete. Frau B unterstreicht bei ihren Beispielen die Notwendigkeit des Bezuges zur Schülerwelt. Herr C stellt an die Realitätsbezüge in seinem Mathematikunterricht die Bedingung, dass diese greifbar<sup>45</sup> und in mathematische Formeln klar übersetzbar sein müssen. Im Gegensatz zu Frau A und Frau B hebt er hervor, dass die realitätsbezogenen Beispiele durch einen eindeutigen Lösungsweg und ein eindeutiges Ergebnis charakterisiert werden. Ein wesentliches Merkmal der angeführten realitätsbezogenen Beispielen stellt der Bezug zur Schülerwelt dar. Die Realitätsbezüge sind im Unterricht von Herrn C stets auf momentan behandelte Themen bezogen und weisen eine einfache Strukturierung auf. Für Herrn D ist es wichtig, dass Realitätsbezüge an die Interessenslage der Schülerinnen und Schüler und Schüler anknüpfen. Weil Herr D im Verlauf des Interviews nur wenige realitätsbezogene Beispiele nennen konnte, stellt es sich als besonders schwierig heraus, sein Begriffsverständnis von Realität zu rekonstruieren. Es wird jedoch deutlich, dass

---

<sup>45</sup> Als Beispiele werden Äpfel, Klötze und Fahrkarten genannt.

---

die Realitätsbezüge, die Herr D anführt, sehr eng am behandelten innermathematischen Unterrichtsthema orientiert sind und ihre Bearbeitung genau dieses Wissen erfordert.

Die vier Lehrenden heben in ihrer Charakterisierung des Begriffs Realität die Relevanz des Bezuges zur Schülerwelt hervor. Der Vergleich der untersuchten Fälle macht jedoch deutlich, dass das Begriffsverständnis von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht vielfältig ist. Obwohl Frau A und Frau B ein ähnliches Begriffsverständnis aufweisen, setzen sie jeweils unterschiedliche Schwerpunkte in ihrer Charakterisierung.

Der hohe Grad an Authentizität, die Einbeziehung von außermathematischen Sachverhalten, die Notwendigkeit einer Interpretation der verschiedenen Ergebnisse, die Vielfalt der Lösungswege und das Erlangen neuer Kenntnisse über die Umwelt stehen in einem engen Zusammenhang zu den anwendungsorientierten Beliefs über das Wesen der Mathematik von Frau A. Der Rückgriff auf unterschiedliche mathematische Gebiete ist ebenfalls konsonant zu diesen Beliefs.

Der Prozess-Aspekt, der die Mathematical Beliefs von Frau B dominiert, ist konsonant zu ihrem Begriffsverständnis von Realität. Das Staunen, die Kreativität und die Vielfalt der Lösungswege und Ergebnisse finden sich sowohl in ihren prozessorientierten Beliefs über das Wesen der Mathematik, als auch in ihrem Verständnis von den Realitätsbezügen wieder. Der Einbezug von verschiedenen mathematischen und außermathematischen Gebieten in die Bearbeitung von realitätsbezogenen Beispielen korrespondiert ebenfalls mit den Mathematical Beliefs von Frau B.

Die Eindeutigkeit der Lösung und des Ergebnisses von Realitätsbezügen hängen mit den schematischen Beliefs über das Wesen der Mathematik von Herrn C eng zusammen. Die Kriterien der Greifbarkeit, der Übersetzbarkeit der Realität in mathematische Formeln und der einfachen Strukturierung der Realitätsbezüge korrespondieren mit dem Schema-Aspekt. Die Eingrenzung der realitätsbezogenen Beispiele auf das gerade behandelte Thema im Unterricht weist auch einen Bezug zu den Mathematical Beliefs von Herrn C auf.

Die Eingrenzung von realitätsbezogenen Beispielen auf ein bestimmtes innermathematisches Gebiet und der Verzicht auf außermathematische Kenntnisse sind

---

konsonant zu dem Formalismus-Aspekt, der die Mathematical Beliefs von Herrn D dominiert.

Das Begriffsverständnis von Realität weist einen engen Zusammenhang zu den Beliefs von den Lehrerinnen und Lehrern über das Wesen der Mathematik auf.

**Zum zweiten Teilergebnis:** Die Funktionen von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht werden vom Lehrenden so interpretiert, dass sie zu seinen Beliefs über das Wesen der Mathematik konsonant werden.

Frau A bietet den Schülerinnen und Schülern durch realitätsbezogene Beispiele eine Situation an, in der diese die Umweltbewältigung üben können. Dagegen weist Frau B den Realitätsbezügen die Funktionen der Motivation und der Nachhaltigkeit zu. Sie hebt hervor, dass sich Schülerinnen und Schüler an Themen besser erinnern können, wenn ein Bezug zur Realität gezogen wird. Mit Hilfe von realitätsbezogenen Beispielen möchte Frau B die Schülerinnen und Schüler dazu anregen, außerhalb des Schulunterrichts über Mathematik zu reden. Eine weitere Funktion sieht Frau B darin, dass Realitätsbezüge besonders geeignet sind, um bei den Lernenden ein Staunen hervorzurufen. Im Gegensatz zu Frau A und Frau B besteht für Herrn C die primäre Funktion von Realitätsbezügen in der Veranschaulichung der abstrakten Sachverhalte der Mathematik<sup>46</sup>. Diese Funktion wird besonders daran deutlich, dass Herr C während seines Unterrichts spontan realitätsbezogene Beispiele entwickelt, die das gerade behandelte Thema verdeutlichen. Zusätzlich zu dieser Funktion dienen Realitätsbezüge der Auflockerung des Mathematikunterrichts von Herrn C. Herr D greift auf realitätsnahe Sachverhalte zurück, um die Schülerinnen und Schüler für die Abstraktheit der Mathematik zu motivieren. Damit dienen Realitätsbezüge als ein Mittel, um zum abstrakten Denken zu kommen.

---

<sup>46</sup> Dabei versteht Herr C unter abstrakten Sachverhalten Zahlen, Rechenzeichen und Formeln.

---

Der Vergleich der vier untersuchten Fälle zeigt deutlich, dass die Lehrenden sehr unterschiedliche Unterrichtsfunktionen mit Realitätsbezügen verbinden.

Die Funktion, die Umweltbewältigung zu üben, steht in einem engen Zusammenhang zu den anwendungsorientierten Beliefs über das Wesen der Mathematik von Frau A.

Bei Frau B konnte der Prozess-Aspekt im Bezug auf die Mathematical Beliefs rekonstruiert werden. Die Interpretation der Funktionen von Realitätsbezügen als Anregungen zum Reden und Staunen über Mathematik sowie als einen Motivations- und Nachhaltigkeitsfaktor ist konsonant zu den prozessorientierten Beliefs.

Die Auslegung der Funktion von Realitätsbezügen als eine Veranschaulichung von Zahlen und Formeln hängt mit den schematisch orientierten Mathematical Beliefs von Herrn C eng zusammen.

Die formalistischen Beliefs über das Wesen der Mathematik von Herrn D korrespondieren mit seiner Interpretation der Unterrichtsfunktion, die Realitätsbezüge als eine Motivation für abstrakte Sachverhalte zu sehen.

Es lässt sich ein enger Zusammenhang zwischen der Interpretation der Unterrichtsfunktion von Realitätsbezügen und den Beliefs der Lehrenden über das Wesen der Mathematik erkennen. Es wird deutlich, dass die Interpretation der Realitätsbezüge konsonant zu den Mathematical Beliefs erfolgt.

**Zum dritten Teilergebnis:** Die mit Realitätsbezügen verfolgten Ziele im Mathematikunterricht werden vom Lehrenden so interpretiert, dass sie zu seinen Beliefs über das Wesen der Mathematik konsonant werden.

Das dominante Ziel, das Frau A mit Realitätsbezügen verfolgt, besteht darin, den Schülerinnen und Schülern Fähigkeiten zu vermitteln, mit der sie die Lebenswelt besser verstehen und beurteilen können. Ein weiteres wesentliches Ziel von Realitätsbezügen sieht die Lehrerin in dem Üben vom Mathematisieren und Interpretieren. Ihr ist ebenfalls wichtig, dass die Lernenden Problemlösestrategien erwerben. Bei Frau B lassen sich ähnliche Zielsetzungen wie bei Frau A rekonstruieren. Sie unterscheiden sich jedoch in ihrer Ausprägung. Die Ziele, den Schülerinnen und

---

Schüler und Schülern den Nutzen der Mathematik für das eigene Leben und die Außenwelt aufzuzeigen und sie zu mündigen Bürgern zu erziehen, haben bei Frau B im Gegensatz zu Frau A nur eine sekundäre Bedeutung. Als primäre Ziele von Realitätsbezügen werden der Erwerb von Problemlösestrategien und die Förderung von kreativen Ideen erkennbar. Das Mathematisieren und Interpretieren wird von Frau B ebenfalls als ein weiteres Ziel genannt. Beide Lehrerinnen heben hervor, dass die Schülerinnen und Schüler bei der Auseinandersetzung mit Realitätsbezügen innermathematische Fähigkeiten erwerben sollen. Im Gegensatz zu den bei Frau A und Frau B dominanten Zielen besteht für Herrn C das primäre Ziel, das er mit realitätsbezogenen Beispielen verfolgt, darin, den Schülerinnen und Schülern mathematische Regeln und Verfahren zu vermitteln. Erst das sekundäre Ziel, welches wesentlich schwächer ausgeprägt ist, verweist auf das Aufzeigen des Alltagsbezugs der Mathematik. Es wird jedoch deutlich, dass sich der Alltagsbezug auf einfaches Rechnen beschränkt. Weil Herr D nur vier realitätsbezogene Beispiele nennt, lassen sich seine Gegenstandsziele nur schwer rekonstruieren. Dennoch wird sichtbar, dass er sich bei der Verwendung von Realitätsbezügen die Vermittlung innermathematischer Sachverhalte, wie Trigonometrie und Zinsrechnung, zum Ziel setzt.

Frau A und Frau B weisen ähnliche mit Realitätsbezügen verbundene Zielsetzungen, die jeweils verschieden stark ausgeprägt sind, auf. Diese unterscheiden sich wesentlich von den Zielen, die Herr C und Herr D mit Realitätsbezügen verfolgen.

Obwohl die im realitätsbezogenen Unterricht verfolgten Zielen von Frau A und Frau B annähernd gleich interpretiert werden, scheinen ihre Beliefs über das Wesen der Mathematik ausschlaggebend dafür zu sein, welche Ziele eine dominante Position einnehmen. Das primäre Ziel von Frau A hängt mit ihren anwendungsorientierten Mathematical Beliefs zusammen. Der Erwerb von Problemlösestrategien und die Förderung von Kreativität steht in einem engen Zusammenhang mit dem Prozess-Aspekt, den Frau B in ihren Mathematical Beliefs aufzeigt. Die anderen Zielsetzungen sind ebenfalls konsonant zu den Beliefs der Lehrerinnen über das Wesen der Mathematik.

---

Die Interpretation des Ziels, den Schülerinnen und Schülern mathematische Regeln und Verfahren zu vermitteln, korrespondiert mit den schematischen Mathematical Beliefs von Herrn C.

Es wird deutlich, dass die mit Realitätsbezügen verbundene Zielsetzung von Herr D konsonant zu seinen formalistisch geprägten Beliefs über das Wesen der Mathematik ist.

Es wird ein enger Zusammenhang zwischen den Beliefs über das Wesen der Mathematik und der Interpretation der mit Realitätsbezügen verfolgten Ziele sichtbar. Die Interpretation der Zielsetzungen erfolgt konsonant zu den Beliefs über das Wesen der Mathematik.

**Zum vierten Teilergebnis:** Aspekten von Realitätsbezügen, die dissonant zu den Beliefs über das Wesen der Mathematik sind, wird ein niedriger Stellenwert im Mathematikunterricht zugewiesen.

Frau A, Frau B und Herr C schreiben den Realitätsbezügen in ihrem Mathematikunterricht einen hohen Stellenwert zu. Dabei hebt Frau A besonders hervor, dass die Vermittlung von Kompetenzen zur Alltagsbewältigung zu ihrer Verantwortung als Lehrerin gehört. Dagegen marginalisiert Herr D die Bedeutung von Realitätsbezügen. Er weist darauf hin, dass sich sein Unterricht an dem Aufbau des mathematischen Gebäudes und nicht an der Realitätsnähe eines Sachverhaltes orientiert. Im Vergleich zu Frau A, Frau B und Herrn C fällt es Herrn D besonders schwer, Beispiele für Realitätsbezüge aus seinem Mathematikunterricht anzuführen.

Da Frau A, Frau B und Herr C die realitätsbezogenen Beispiele konsonant zu ihren Beliefs über das Wesen der Mathematik interpretiert haben (vgl. These 1a-1c) weisen sie Realitätsbezügen einen hohen Stellenwert in ihrem Mathematikunterricht zu. Bei Herrn D wird dagegen sichtbar, dass eine solche Interpretation nur in einem geringen Maß stattgefunden hat (vgl. These 1a-1c). Daher wird Realitätsbezügen, die in einer dissonanten Beziehung zu seinen dominant formalistisch orientierten Mathematical Beliefs stehen, ein niedriger Stellenwert zugeordnet.

---

**Zum fünften Teilergebnis:** Realitätsbezogene Aspekte, die dissonant zu den Beliefs über das Wesen der Mathematik sind, werden vom Lehrenden abgelehnt.

Obwohl Frau A und Frau B auf Schwierigkeiten im Bezug auf realitätsnahe Beispiele hinweisen, lehnen sie keine realitätsbezogenen Aspekte ab. Dagegen wird sichtbar, dass Realitätsbezüge, die keine eindeutigen Lösungswege und Resultate aufzeigen, von Herrn C nicht in seinem Unterricht behandelt werden. Herr D lehnt die Realitätsbezüge allgemein ab, weil er der Ansicht ist, dass Mathematik ein in sich abgeschlossenes Gebiet ist, das keinen Bezug zur Außenwelt bedarf. Er hebt hervor, dass er nicht anstrebt, den Schülerinnen und Schülern den Nutzen der Mathematik für die Außenwelt aufzuzeigen, sondern bei den Lernenden eine Begeisterung für innermathematische Sachverhalte entwickeln will. Seine Ablehnung begründet er weiterhin damit, dass die Realitätsbezüge außermathematische Kenntnisse und Sachverhalte aus unterschiedlichen mathematischen Gebieten erfordern. Als eine weitere Begründung für seine ablehnende Haltung gegenüber realitätsbezogenen Beispielen führt Herr D die Schwierigkeit auf, die Realitätsbezüge an die Interessenslage der Schülerinnen und Schüler und Schüler anzuknüpfen.

Die Vielfalt von Lösungswegen und Ergebnissen bei realitätsbezogenen Beispielen steht im Widerspruch zu den schematischen Mathematical Beliefs von Herrn C.

Die formalistisch orientierten Beliefs von Herrn D über das Wesen der Mathematik, die die Mathematik als ein abstraktes, formales und in sich abgeschlossenes Gedankengebäude charakterisieren, sind dissonant zu den Aspekten eines realitätsbezogenen Mathematikunterrichts.

Herr C und Herr D lehnen diese realitätsbezogenen Aspekte, die dissonant zu ihren Beliefs über das Wesen der Mathematik sind, ab.

**Zum 4. Ergebnis:** Die Aspekte der Durchführung von Realitätsbezügen im Unterricht werden vom Lehrenden so interpretiert, dass sie zu seinen Beliefs über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht konsonant werden.

---

Frau A sieht bei der Durchführung von Realitätsbezügen ihre Lehrerrolle darin, bei den Schülerinnen und Schülern die Selbständigkeit zu fördern. Dabei ist es für Frau A besonders wichtig, dass die Schülerinnen und Schüler mit der Ungewissheit, die während eines Lösungsprozesses entstehen kann, umzugehen lernen. Bei der Bearbeitung von realitätsbezogenen Beispielen sollen sich die Lernenden eigenständig mit der Fragestellung auseinandersetzen. Frau A weist darauf hin, dass sie die Schülerinnen und Schüler oft mit offenen realitätsbezogenen Aufgaben konfrontiert. Die Eigenaktivität der Lernenden bei der Beschaffung von außermathematischen Informationen und die Kommunikation unter den Schülerinnen und Schülern bei der Bearbeitung von Realitätsbezügen spielen in ihrem Mathematikunterricht eine große Rolle. Frau B sieht ihre Rolle als Lehrerin darin, die Lernenden zu kreativen Ideen anzuregen und ihnen Impulse zur Entwicklung einer Lösung von realitätsbezogenen Aufgaben zu geben. Analog zu Frau A bietet sie den Schülerinnen und Schülern durch Realitätsbezüge eine Situation an, in der sie sich selbständig mit einem Problem auseinandersetzen können. Sie hebt hervor, dass sie im Zusammenhang mit Realitätsbezügen die Lernenden zu eigenen Fragestellungen anregt und ihnen die Verantwortung bei der Suche und Auswahl von außermathematischen Informationen übergibt. Ähnlich wie im realitätsbezogenen Unterricht von Frau A spielt die Kommunikation unter den Lernenden eine große Rolle. Herr C und Herr D sehen im Gegensatz zu den beiden Lehrerinnen ihre Lehrerrolle in der Leitung des realitätsbezogenen Mathematikunterrichts. Durch suggestive Lehrerfragen werden die Schülerinnen und Schüler zu den Ergebnissen der realitätsbezogenen Beispiele hingeführt. Weil Herr D sich in diesem Zusammenhang als einen „Alleswisser“ versteht, verweist er auf die umfangreiche Vorbereitung für realitätsbezogenen Mathematikunterricht. Während Frau A und Frau B die Lernenden mit komplexen Realitätsbezügen konfrontieren, befürworten die beiden Lehrer kleinere und überschaubare Fragestellungen. Dabei hebt Herr C besonders hervor, dass Schülerinnen und Schüler im Zusammenhang mit Realitätsbezügen genaue Arbeitsanweisungen wollen, nach denen sie vorgehen können. Im Gegensatz zu den Lehrerinnen geben Herr C und Herr D die für ein realitätsbezogenes Beispiel benötigten außermathematischen Informationen den Schülerinnen und Schülern vor.

---

Methodische Aspekte bei der Durchführung von Realitätsbezügen werden von den Lehrenden unterschiedlich interpretiert. Dabei lässt sich jeweils ein Zusammenhang zwischen den Interpretationen von Frau A und Frau B sowie den Auslegungen von Herrn C und Herrn D erkennen.

Die indirekte Lehrerrolle und die Selbständigkeit der Schülerinnen und Schüler und Schüler bei der Durchführung von Realitätsbezügen ist konsonant zu den dynamischen Beliefs über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht von Frau A und Frau B. Die Konfrontation mit komplexen Realitätsbezügen, die eigenverantwortliche Suche der Lernenden nach außermathematischem Informationsmaterial und die hohe Relevanz der Kommunikation unter den Lernenden korrespondieren ebenfalls mit den dynamischen Beliefs der Lehrerinnen.

Die Lenkungsfunction des Lehrers und die rezeptive Rolle der Lernenden bei der Durchführung von Realitätsbezügen stehen in einem engen Zusammenhang zu den statischen Beliefs von Herrn C und Herrn D über Lehr-Lern-Formen. Die Haltung des Alleswissers bei der Bearbeitung von realitätsbezogenen Beispielen ist konsonant zu den statischen Beliefs von Herrn D. Die Beliefs über Lehr-Lern-Formen von Herrn C und Herrn D korrespondieren ebenfalls mit der Zerlegung von realitätsbezogenen Aufgaben und der Vorgabe von zur Lösung benötigten außermathematischen Daten.

Die Lehrenden interpretieren die Realitätsbezüge so, dass diese konsonant zu ihren Beliefs über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht werden.

**Zum 5. Ergebnis:** Das Vorgehen des Lehrenden bei der Lösung einer realitätsbezogenen Aufgabe wird durch seine Beliefs über das Wesen der Mathematik beeinflusst.

Der Lösungsansatz von Frau A und Frau B basiert im ersten Lösungsschritt auf dem Schätzen des Alters des auf dem Aufgabenblatt abgebildeten Kindes. Als zweiten Schritt nennen die Lehrerinnen das Ausmessen der Köpfe von mehreren Kindern dieses Alters. Dabei verweist Frau B auf die Alternative, die benötigten Daten aus einer Tabelle im Biologiebuch zu entnehmen. Anschließend würden sie über das Verhältnis

---

vom Kopf zum Körper auf die Größe des Kanzlerdenkmals gelangen. Bei der Verhältnisbildung zwischen Kopf und Körper verweist Frau B auf die Berücksichtigung des Kleinkindchenschemas. Im letzten Schritt wird das Kind auf dem Aufgabenblatt ausgemessen und auf die Denkmalgröße zurückgeschlossen. Frau B hebt hervor, dass die vorgelegte Aufgabe mehrere Lösungsmöglichkeiten zulässt. Im Gegensatz zu den beiden Lehrerinnen, die die Aufgabe zu lösen versuchen, sucht Herr C nicht nach einem Lösungsansatz. Im Anschluss an das Lesen der Aufgabenstellung schlägt er sofort Veränderungsmaßnahmen für die vorgelegte Aufgabe vor. Während Frau A und Frau B ihre Lösungsansätze ohne eine Intervention durch die Interviewerin machen, greift die Interviewerin bei dem Lösungsprozess von Herrn D zwei mal ein. Bei dem ersten Lösungsversuch reduziert Herr D die Aufgabe auf den Begriff des Maßstabs. Erst nach dem Verweis durch die Interviewerin, dass in der Aufgabenstellung keine Zahlenangaben angegeben seien, macht Herr D den Ansatz, das Kind und den Kanzlerkopf auf dem Aufgabenblatt auszumessen und über das Verhältnis vom Kopf zum Körper zur Größe des Kanzlerkopfes in Wirklichkeit zu gelangen. Dabei verweist er analog zu Frau B auf das Kleinkindchenschema. Durch den Hinweis der Interviewerin, dass die wirkliche Größe des Kindes nicht bekannt sei, macht Herr D den Ansatz, den abgebildeten Kanzlerkopf mit der Laterne, dessen Länge man in der Wirklichkeit messen könnte, zu vergleichen.

Der Vergleich der vier Fälle macht deutlich, dass die Vorgehensweisen der Lehrenden bei der Lösung der vorgelegten realitätsbezogenen Aufgabe vielfältig sind.

Das Schätzen und die Verwendung von außermathematischen Informationen sind konsonant zu den anwendungsorientierten Mathematical Beliefs von Frau A und den prozessorientierten Mathematical Beliefs von Frau B.

Der Schema-Aspekt, der die Beliefs über das Wesen der Mathematik von Herrn C dominiert, steht im Widerspruch zu den in der vorgelegten Aufgabe geforderten Sachverhalten. Der Aspekt der Schätzung eines Alters ist dissonant zu den Beliefs, dass Mathematik durch die Eindeutigkeit des Lösungsweges und des Ergebnisses charakterisiert wird. Für Herrn C werden Mathematikaufgaben durch das Anwenden von Formeln und Gesetzen gelöst. Diese Beliefs korrespondieren nicht mit der

---

Tatsache, dass die Suche nach Daten und Informationen in der Außenwelt einen Teilschritt des Lösungsansatzes bildet.

Weil Herr D Mathematik als ein abgeschlossenes System betrachtet, welches auf eindeutig beweisbaren Aussagen basiert, stehen das Schätzen eines Alters und die Verwendung von außermathematischen Informationen zur Lösung einer mathematischen Aufgabe in einer dissonanten Beziehung zu seinen formalistisch orientierten Beliefs über das Wesen der Mathematik.

Frau A und Frau B, deren Beliefs konsonant zu den in der Aufgabe geforderten Sachverhalten sind, lösen die vorgelegte Aufgabe erfolgreich. Herr C vermeidet die Auseinandersetzung mit den zu seinen Beliefs dissonanten Aspekten der vorgelegten Aufgabe, indem er die formulierte Aufgabenstellung ignoriert und eigene Fragen zum gegebenen Kontext stellt. Herr D verwendet in seinem Lösungsansatz keine Aspekte, die dissonant zu seinen Beliefs über das Wesen der Mathematik sind. Die Beliefs über das Wesen der Mathematik beeinflussen das Vorgehen der Lehrenden bei der Lösung der vorgelegten Aufgabe.

**Zum 6. Ergebnis:** Die vorgelegte realitätsbezogene Aufgabe wird von allen Lehrenden positiv bewertet. Sie wird jedoch so stark verändert, dass sie konsonant zu den Beliefs der Lehrenden über das Wesen der Mathematik und über Lehr-Lern-Formen wird.

**Zum 1. Teilergebnis:** Die vorgelegte realitätsbezogene Aufgabe wird unabhängig von den Beliefs über das Wesen der Mathematik und über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht positiv bewertet.

Frau A, Frau B und Herr D beurteilen die Aufgabe als interessant und für ihren Mathematikunterricht geeignet. Herr C zeigt dagegen anfangs eine ablehnende Haltung gegenüber der vorgelegten Aufgabe. Nachdem er jedoch einige Veränderungen an der Aufgabe durchgeführt hat, ist er der Ansicht, eine geeignete realitätsbezogene Mathematikaufgabe für seinen Unterricht gefunden zu haben.

---

**Zum 2. Teilergebnis:** Eine realitätsbezogene Aufgabe wird so stark verändert, dass sie konsonant zu den Beliefs der Lehrenden über das Wesen der Mathematik wird.

Frau A führt keine Veränderungen an der vorgelegten Aufgabe durch, die im Bezug zu ihren Beliefs über das Wesen der Mathematik stehen. Weil Frau B im Zusammenhang mit dem Bodymaßindex eine Schwierigkeit sieht, würde sie in ihrem Mathematikunterricht auf das Messen der Schülerinnen und Schüler und Schüler verzichten und auf eine entsprechende Tabelle im Biologiebuch zurückgreifen.

Herr C sieht die Schwierigkeit im Bezug auf die vorgelegte Aufgabe darin, dass diese zu viel Text enthalte und der erste Aufgabenteil in den Bereich des Geschichtsunterrichts falle. Mit dieser Argumentation streicht der Lehrer den ersten Abschnitt der Aufgabe. Weil das Schätzen nicht greifbar sei, lehnt Herr C es ab und würde in seiner Aufgabenformulierung alle zur Lösung benötigten Daten vorgeben. Der Lehrer würde die Aufgabe in drei Abschnitte unterteilen. Unter Vorgabe der Kantenlängen soll das Volumen des Quaders, aus dem der Kanzlerkopf geschaffen wurde, berechnet werden. Im zweiten Teil wird die Körpergröße von Adenauer vorgegeben und die Arbeitsanweisung erteilt, das Volumen des Quaders, aus dem das gesamte Denkmal gemacht wurde, anzugeben. Zum Schluss soll der Unterschied zwischen diesem Denkmal und der Freiheitsstatue berechnet werden. Herr D empfindet die Einbeziehung verschiedener mathematischer Bereiche zur Lösung der Aufgabenstellung als problematisch. Im Gegensatz zu Frau A und Frau B plädiert er für eine Schwerpunktsetzung im Bezug auf die vorgelegte Aufgabe. Als geeignete Schwerpunkte führt er das Messen, das Verhältnisrechnen und das Schätzen an. Dabei betont er, dass bei dem jeweiligen Schwerpunkt andere mathematische Bereiche nicht berührt werden. Analog zu den Veränderungen von Herrn C würde Herr D in der Aufgabenstellung alle außermathematischen Daten vorgeben.

Während Frau A und Frau B keine Veränderungen an der Aufgabenstellung durchführen, verändern Herr C und Herr D die wesentlichen Aspekte der realitätsbezogenen Aufgabe.

---

Weil das Schätzen, die Einbeziehung von Daten aus der Umwelt und die Anwendung verschiedener mathematischer Bereiche konsonant zu den anwendungsorientierten Beliefs von Frau A und den prozessorientierten Beliefs von Frau B über das Wesen der Mathematik sind, nehmen die Lehrerinnen an der vorgelegten Aufgabe keine Veränderungen vor.

Die Einbeziehung von außermathematischen Informationen und das Schätzen sind dissonant zu den schematischen Beliefs über das Wesen der Mathematik von Herrn C. Der Lehrer reduziert die Aufgabenformulierung auf die zu ihrer Lösung notwendigen Daten. Herr C verändert die vorgelegte Aufgabenstellung so, dass diese das Einsetzen von vorgegebenen Zahlen in Formeln und die Verwendung von innermathematischen Gesetzen zum Ziel hat. Der vorhandene Bezug zur Realität dient der Einkleidung der innermathematischen Sachverhalte. Die durch Herrn C veränderte Aufgabenstellung ist konsonant zu seinen schemaorientierten Beliefs über das Wesen der Mathematik.

Realitätsbezüge, die den Rückgriff auf verschiedene innermathematische Bereiche und die Einbeziehung von außermathematischen Informationen fordern, stehen im Widerspruch zu den formalistisch orientierten Beliefs über das Wesen der Mathematik von Herrn D. Die veränderte Aufgabenstellung, die auf die Bearbeitung eines innermathematischen Sachverhalts mit einer eindeutigen Schwerpunktsetzung zielt, ist dagegen konsonant zu den Beliefs von Herrn D.

Frau A und Frau B, deren Beliefs über das Wesen der Mathematik konsonant zu den Aspekten der vorgelegten Aufgabe sind, führen keine Veränderungen durch. Dagegen verändern Herr C und Herr D, deren Beliefs dissonant zu den Aspekten der Aufgabe sind, die Aufgabenstellung so, dass sie konsonant zu ihren Belief wird.

**Zum 3. Teilergebnis:** Eine realitätsbezogene Aufgabe wird so stark verändert, dass sie konsonant zu den Beliefs der Lehrenden über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht wird.

Frau A plädiert für das Auslassen der Fragestellung, um den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit zu geben, zu dem vorgegebenem Kontext selbst Fragen zu entwickeln. Frau B nimmt an der vorgelegten Aufgabenstellung keine

---

Veränderungen vor, sondern spricht sich für eine Weiterentwicklung der vorgelegten realitätsbezogenen Aufgabe aus. Sie nennt eine Vielfalt an möglichen Fragestellungen, die die Lernenden im Bezug auf die Aufgabe bearbeiten könnten. Herr C betont, dass die Schülerinnen und Schüler und Schüler mit der Struktur der Aufgabe nicht zurechtkommen würden. Aus diesem Grund spricht er sich für die Zerlegung der Aufgabenstellung aus, so dass die Schülerinnen und Schüler und Schüler genaue Arbeitsanweisungen erhalten, nach denen sie die Aufgabe bearbeiten sollen. Analog zu der Veränderung von Herrn C plädiert Herr D für eine Zerlegung der vorgelegten Aufgabe. Während Frau A und Frau B die Informationssuche der Verantwortung der Schülerinnen und Schüler und Schüler überlassen, würden die beiden Lehrer alle notwendigen Daten in die Frageformulierung einflechten.

Der Vergleich der vier Lehrenden macht deutlich, dass Frau A und Frau B andere Veränderungen, die im Bezug zu den Lehr-Lern-Formen stehen, an der vorgelegten Aufgabe durchführen, als Herr C und Herr D.

Das Auslassen der Fragestellung durch Frau A und die Weiterentwicklung der Aufgabe durch Frau B stehen in einer konsonanten Beziehung zu ihren dynamischen Beliefs über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht.

Die Konfrontation der Lernenden mit der vorgelegten Aufgabe und die Übergabe der Verantwortung für die Informationssuche an die Schülerinnen und Schüler und Schüler stehen im Widerspruch zu den statischen Beliefs von Herrn C und Herrn D über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht. Durch die Zerlegung der Aufgabenstellung in einzelne Arbeitsanweisungen und die Vorgabe der Daten wird die Aufgabe so verändert, dass sie konsonant zu den statischen Beliefs der beiden Lehrer wird.

Die Lehrenden verändern eine realitätsbezogene Aufgabe so, dass diese konsonant zu ihren Beliefs über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht wird.

**Zum 7. Ergebnis:** Die Lehrerinnen und Lehrer verbalisieren ihre Beliefs über das Wesen der Mathematik und über Lehr-Lern-Formen im Mathematikunterricht in Form von Metaphern.

---

Frau A bezeichnet Mathematik als ein Instrument, um Alltagsleben zu bewältigen. Dagegen vergleicht Frau B Mathematik mit einer Partie Schach und einem Computerspiel. Für Herrn C ist Mathematik wie eine Bahn aufgebaut, auf der man immer geradeaus fahren muss. Herr D beschreibt Mathematik als ein Gebäude, das auf logischen Strukturen aufgebaut ist. Die Betrachtung der Einzelfallanalysen macht deutlich, dass die interviewten Lehrerinnen und Lehrer auf Metaphern zurückgreifen, um das Wesen der Mathematik zu beschreiben.

Während Frau A hervorhebt, dass das Lernen mathematischer Sachverhalte nicht wie Kuchen essen funktionieren könne, weist Herr C darauf hin, dass die Lernenden immer einen Vorreiter benötigen, um Mathematik betreiben zu können. Frau A und Herr C greifen auf Metaphern zurück, um die Lehr-Lern-Formen in ihrem Mathematikunterricht zu beschreiben.

---

## 6.6. SCHLUSSFOLGERUNGEN

Die Ergebnisse der Untersuchung legen folgende praktische Konsequenzen nahe: Es wird deutlich, dass die Problematik der Veränderung von Mathematical Beliefs unter anderem darin begründet ist, dass die Lehrenden bei einer Auseinandersetzung mit Informationen, die in einer dissonanten Beziehung zu ihren bereits vorhandenen Beliefs stehen, die Strategien der Neuinterpretation, Marginalisierung und Ablehnung der Information verfolgen. Diese Ergebnisse implizieren für die Innovationen im Bildungswesen folgende Anregungen:

Im Innovationsprozess sollte den Lehrenden die Möglichkeit geboten werden,

- (1) die eigenen Mathematical Beliefs zu rekonstruieren
- (2) die eigenen Mathematical Beliefs mit denen anderer Lehrender in einem kontrastierenden Vergleich zu diskutieren
- (3) sich die eigenen Interpretationen der innovationsbezogenen Aspekte bewusst zu machen
- (4) die eigenen Interpretationen mit denen anderer Lehrender zu vergleichen
- (5) die eigenen Interpretationen mit der Zielsetzung, die mit der Innovation verfolgt wird, zu vergleichen
- (6) in Kooperation mit anderen Lehrenden, diejenigen innovationsbezogenen Aspekte zu diskutieren, die von ihnen abgelehnt oder marginalisiert werden
- (7) sich über die Wirkung der eigenen Mathematical Beliefs auf den Umgang mit innovationsbezogenen Aspekten bewusst zu machen.

Weiter zeigen die Ergebnisse der Untersuchung, dass die Rekonstruktion der Mathematical Beliefs mit Hilfe von Metaphern erreicht werden kann. Darauf aufbauend können der erste und zweite Punkt umgesetzt werden, indem die Lehrenden aufgefordert werden, ihre Mathematical Beliefs in der Form von Metaphern zu verbalisieren.

Obwohl die vorliegende Studie die hohe Relevanz von Mathematical Beliefs bei der Durchführung von Innovationen im Bildungswesen aufzeigt, lässt sie viele Fragen offen, u.a. folgende :

- Welches Rolle spielt das Alter bei der Veränderung von Mathematical Beliefs bei Lehrenden?

- 
- Gibt es geschlechtsspezifische Unterschiede bei der Resistenz gegenüber Veränderungsprozessen bei den Mathematical Beliefs?
  - Welche Relevanz muss dem Innovationsreiz zugeschrieben werden?
  - Welche Rolle spielt der Grad an Sicherheit, den die „traditionellen“ Mathematical Beliefs dem Lehrenden bieten?
  - Meine Untersuchung beschränkt sich auf die Betrachtung von Realitätsbezügen. Wie gehen Lehrende mit innovativen Ideen bezüglich anderer mathematischer Gebiete um?

Die Studie schließt mit der Illustration von vier Aufgabenstellungen, die den hohen Einfluss der Mathematical Beliefs auf den Umgang der Lehrenden mit einer realitätsbezogenen Aufgabe besonders deutlich zeigen. Dabei wurden anhand der Interviews für jeden Lehrenden eine Aufgabenstellung konstruiert<sup>47</sup>.

---

<sup>47</sup> Die in den Aufgabenstellungen benutzten Zahlenangaben wurden von uns adäquat eingesetzt.

**Aufgabenstellung: Frau A**



**Das Adenauer-Denkmal vom Künstler Hubertus von Pilgrim**

**Kanzler-Kopf**

Dieses Denkmal steht am Bundeskanzlerplatz in Bonn.

Es zeigt den Kopf von Konrad Adenauer (1876–1967), der von 1949 bis 1963 erster Bundeskanzler der Bundesrepublik Deutschland war.

Zum Vergleich: Die berühmte New Yorker Freiheitsstatue misst etwa 46 m vom Fuß bis zur Fackelspitze. Sie steht auf einem hohen Sockel, der an der Basis die Form eines elfzackigen Sterns hat.



**Aufgabenstellung: Frau B**



Das Adenauer-Denkmal vom Künstler Hubertus von Pilgrim

**Kanzler-Kopf**

Dieses Denkmal steht am Bundeskanzlerplatz in Bonn.

Es zeigt den Kopf von Konrad Adenauer (1876–1967), der von 1949 bis 1963 erster Bundeskanzler der Bundesrepublik Deutschland war.

- Wie groß müsste wohl ein entsprechendes Denkmal sein, wenn es Adenauer „von Kopf bis Fuß“ in demselben Maßstab darstellen soll?

Zum Vergleich: Die berühmte New Yorker Freiheitsstatue misst etwa 46 m vom Fuß bis zur Fackelspitze. Sie steht auf einem hohen Sockel, der an der Basis die Form eines elfzackigen Sterns hat.

Man stelle sich den Denkmalkopf vom Kanzler relativ rund vor. Welches Volumen hätte er und wie schwer wäre er, wenn man ihn aus Bronze gießen würde?

Wie viele Leute könnten in so einem Denkmalkopf Platz finden?



**Aufgabenstellung: Herr C**



**Kanzler-Kopf**

Dieses Denkmal zeigt den Kopf von Konrad Adenauer.

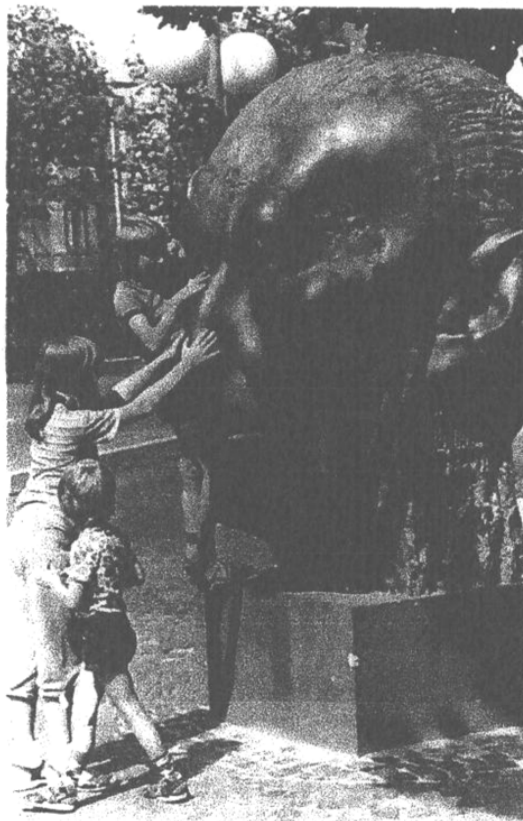
a) Der Quader, aus dem der Kopf geschaffen wurde, hatte die Kantenlängen  $a = 80\text{cm}$ ,  $b = 100\text{cm}$  und  $c = 180\text{cm}$ . Berechne das Volumen des Quaders.

b) Konrad Adenauer war in Wirklichkeit  $170\text{cm}$  groß. Wie hoch müsste ein entsprechendes Denkmal sein, wenn es ihn "von Kopf bis Fuß" in dem Maßstab  $12:1$  darstellen sollte?

c) Die New Yorker Freiheitsstatue misst  $46\text{m}$  vom Fuß bis zur Fackelspitze. Berechne den Größenunterschied zwischen dem Denkmal von Adenauer und der Freiheitsstatue.



**Aufgabenstellung: Herr D**



Das Adenauer-Denkmal vom Künstler Hubertus von Pilgrim

**Kanzler-Kopf**

Dieses Denkmal steht am Bundeskanzlerplatz in Bonn.

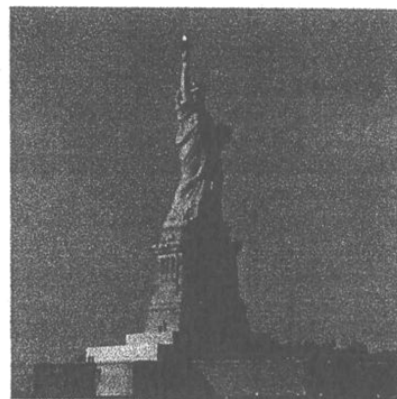
Es zeigt den Kopf von Konrad Adenauer (1876–1967), der von 1949 bis 1963 erster Bundeskanzler der Bundesrepublik Deutschland war.

a) Der Junge, der auf dem Sockel steht, ist in Wirklichkeit 140cm groß. Auf dem Photo misst er 7cm. Gib den Maßstab für das Photo an.

b) Konrad Adenauer war in Wirklichkeit 180cm groß. Das Verhältnis vom Kopf zum Körper ist 1 zu 7. Wie hoch war der Kopf von Adenauer?

c) Wie groß ist das Denkmal, wenn es den Kopf von Adenauer in einem Maßstab von 8:1 darstellt?

d) Die berühmte New Yorker Freiheitsstatue misst etwa 46m vom Fuß bis zur Fackelspitze. In welchem Verhältnis stehen die beiden Denkmäler zueinander?



---

## LITERATURVERZEICHNIS

ATTESLANDER, Peter 2000: Methoden der empirischen Sozialforschung, Berlin

BERGER, Peter 2000: Zur Theorie mathematischer Weltbilder. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2000, S.101 – 104.

BIERHOFF, Hans-Werner 2002, Einführung in die Sozialpsychologie, Weinheim und Basel

BLUM, Werner 1996: Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht – Trends und Perspektiven. In: Kadunz, G. et al. (Hrsg.): Trends und Perspektiven. Schriftenreihe Didaktik der Mathematik, Bd. 23, Wien, S.15 – S.38.

ENNIS, Catherine; COTHRAN, Donetta; LOFTUS, Susan 1997: The influence of teachers' educational beliefs on their knowledge organization, University of Maryland. In: Journal of Research and Development in Education, Volume 30, No. 2

FLICK, Uwe 1995a: Qualitative Forschung. Theorie, Methoden, Anwendung in Psychologie und Sozialwissenschaften, Reinbek bei Hamburg

FLICK, Uwe 1995b: Stationen des qualitativen Forschungsprozesses. In: Flick, Uwe et al. (Eds): Handbuch Qualitative Sozialforschung. Grundlagen, Konzepte, Methoden und Anwendungen. Weinheim, S.147 – S.173.

FÖRSTER, Frank 2002: Vorstellungen von Lehrerinnen und Lehrern zu Anwendungen im Mathematikunterricht-Darstellung und erste Ergebnisse einer qualitativen Fallstudie. In: Der Mathematikunterricht, Heft 4/5, S.45 – S.72.

FREY, Dieter; IRLE, Martin 1993: Theorien der Sozialpsychologie. Kognitive Theorien, Bern.

FURINGHETTI, Fulvia; PEHKONEN, Erkki 1999: A virtual panel evaluating characterisations of beliefs. In: Pehkonen, Erkki; Törner, Günter (Hrsg): Mathematical Beliefs and their Impact on Teaching and Learning of Mathematics, Mathematics, Proceeding of the Workshop in Oberwolfach, S.26 – S.32.

GRIGUTSCH, Stefan 1996: Mathematische Weltbilder von Schülern. Struktur, Entwicklung, Einflussfaktoren, unveröff. Diss. An der Gerhard-Mercator-Universität – Gesamthochschule Duisburg

GRIGUTSCH, Stefan; RAATZ, Ulrich; TÖRNER, Günter 1998: Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. In: Journal für Mathematik-Didaktik, 19 (1), S.3 - S.45

HERKNER, Werner 2001: Lehrbuch Sozialpsychologie, Bern

HERGET, Wilfried; JAHNKE, Thomas; KROLL, Wolfgang (Hrsg) 2001: Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I, Berlin

KAISER, Gabriele 1995: Realitätsbezüge im Mathematikunterricht – Ein Überblick über die aktuelle und historische Diskussion. In: Graumann, G. et al. (Hrsg.): Materialien für

---

einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht, Istron Schriftenreihe, Bd. 2, Hildesheim, S.66 – S.85

KRAUTHAUSEN, Günter 1998: Lernen – Lehren – Lehren lernen. Zur mathematikdidaktischen Lehrerbildung am Beispiel der Primarstufe, Leipzig

KUPARI, Pekka 1996: Change in Teachers' Beliefs of Mathematics Teaching and Learning. In: Törner, Günter (Hrsg): Current State of Research on Mathematical Beliefs II, Proceeding of the 2<sup>nd</sup> MAVI Workshop, Gerhard-Mercator-University Duisburg (S.25 – S.31)

PAJARES, M. Frank 1992: Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct, University of Florida. In: Review of Educational Research, Vol. 62, No. 3, S.307 – S.332

PEHKONEN, Erkki 1994: On Teachers' Beliefs and Changing Mathematics Teaching. In: Journal für Mathematik – Didaktik, 15 (3/4), S.177-S.209.

PEHKONEN, Erkki 1999: Beliefs as obstacles for implementing an educational change in problem solving. In: Pehkonen, Erkki; Törner, Günter (Hrsg): Mathematical Beliefs and their Impact on Teaching and Learning of Mathematics, Proceedings of the Workshop in Oberwolfach, Gerhard-Mercator-University Duisburg, S.109 - S.117.

Pehkonen, Erkki/ Törner, Günter (1999): Introduction to the abstract book for the Oberwolfach meeting on belief research, in: dies. (Hrsg.), Mathematical Beliefs and their Impacts on Teaching and Learning of Mathematics, Proceedings of the Workshop in Oberwolfach, Schriftenreihe des Fachbereichs Mathematik der Gerhard Mercator Universität Duisburg, S.4-12

Pehkonen, Erkki/ Furinghetti, Fulvia (2001): Problems on the Use of the Concepts „Belief“ and „Conception“, in: Soro (Hrsg.), Current State of Research on Mathematical Beliefs X, Proceedings of the MAVI-10 European Workshop, Finland, S.47-54

PRENZEL, Manfred 2000: Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts: Ein Modellversuchsprogramm von Bund und Ländern. In: Unterrichtswissenschaft. Thema: Innovation durch Modellversuchsprogramme, Heft 2, S.103 – S.126.

RATH, Eike; WILLANDER, Torben 2003: Die Entwicklung mathematischer Literalität bei den Lernenden in SINUS – Projekt in Hamburg. Analysen zur Bedeutung von Leistung und Einstellung beim funktionalen Betreiben von Mathematik, unveröff. Staatsexamensarbeit an der Universität Hamburg

REINECKE, Jost 1991: Interviewer- und Befragtenverhalten. Theoretische Ansätze und methodische Konzepte, Opladen

ROSS, Natalie 2002: Lehrerkonzeptionen von Aufgabenkultur im Mathematikunterricht. Ansätze zwischen Dynamik und Statik, unveröff. Staatsexamensarbeit an der Universität Hamburg.

STRAUSS, Anselm/ CORBIN, Juliet 1996: Grounded Theory: Grundlagen qualitativer Sozialforschung. Weinheim, Psychologie Verlags Union.

---

TANNER, Hannes 1993: Einstellungsänderung während der Lehrerausbildung und Berufseinführung, Weinheim

TÖRNER, Günter 1997: Methodological Considerations on Beliefs Research and Some Observations. In: Törner, Günter (Hrsg): Current State of Research on Mathematical Beliefs IV, Proceedings of the MAVI-4 Workshop, Gerhard-Mercator-University Duisburg, S.107 – S.116.

TÖRNER, Günter 2002: Epistemologische Grundüberzeugungen – verborgene Variablen beim Lehren und Lernen von Mathematik. In: MU (4/5), S.103 - S.128.

TÖRNER, Günter 2005: Epistemologische Beliefs – State-of-Art-Bemerkungen zu einem aktuellen mathematikdidaktischen Forschungsthema vor dem Hintergrund der Schraw-Olafson-Debatte. In: Henn, Hans-Wolfgang/ Kaiser, Gabriele (Hrsg.), Mathematikunterricht im Spannungsfeld von Evolution und Evaluation. Hildesheim, Franzbecker Verlag, S. 324-333.

ZECH, Friedrich 1998: Grundkurs Mathematikdidaktik. Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik, Weinheim und Basel

---

# ANHANG

---

## ANHANG 1

### FRAGEN ZUR MATHEMATIK UND ZUM MATHEMATIKUNTERRICHT -Anfangsbefragung

Zahlencode:

---

Alter: \_\_\_\_\_ Geschlecht: m ☐ w ☐  
Anzahl bisher unterrichteter Schuljahre: \_\_\_\_\_ Studierte Fächer: \_\_\_\_\_  
Schulstufe, in der schwerpunktmäßig unterrichtet wird: \_\_\_\_\_  
Schwerpunktmäßig unterrichtete Schulform: \_\_\_\_\_

#### FRAGEN ZUR MATHEMATIK

- (1) Beschreiben Sie in einigen Worten, was für Sie "Mathematik" ist?
- (2) Welche Bedeutung hat Mathematik Ihrer Meinung nach für diese Gesellschaft?
- (3) Nennen Sie möglichst drei oder mehr Probleme aus Ihrem derzeitigen Alltag, zu deren Lösung Sie Ihre Mathematikkenntnisse heranziehen würden. Die Probleme sollen so konkret wie möglich bezeichnet werden.

#### FRAGEN ZUM MATHEMATIKUNTERRICHT

- (4) Worin unterscheidet sich Ihrer Meinung nach das Fach Mathematik von anderen Unterrichtsfächern?

**(5) Was sind Ihrer Meinung nach die wesentlichen Merkmale einer mathematischen Aufgabe aus der Schule?**

|                                                                                                                                       | trifft eher zu           | trifft eher nicht zu     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Jede schulische Mathematikaufgabe hat eine eindeutige Lösung.                                                                         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Mathematische Aufgaben mit Realitätsbezug sind häufig zu komplex, so dass sie nicht für die Schule verwendbar sind.                   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Mathematische Aufgaben können auf verschiedenen Wegen richtig gelöst werden.                                                          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Manche Mathematikaufgaben aus der Schule haben Ergebnisse, von denen keiner sagen kann, ob sie richtig oder falsch sind.              | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Fast alle Mathematikaufgaben aus der Schule können durch direkte Anwendung von bekannten Regeln, Formeln und Verfahren gelöst werden. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Manche Aufgaben im Mathematikunterricht können nur gelöst werden, indem man benötigte Zahlen schätzt oder eigene Daten erfasst.       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Es gibt Mathematikaufgaben aus der Schule, die einen Bezug zum Leben haben.                                                           | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Mathematikaufgaben sollten mit Verfahren gelöst werden können, die im Unterricht kürzlich besprochen worden sind.                     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Entscheidend für eine mathematische Aufgabe ist es, am Ende ein richtiges Ergebnis zu erhalten.                                       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Um eine Mathematikaufgabe zu lösen, gibt es zumeist nur einen einzigen richtigen Lösungsweg.                                          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Die Aufgaben aus dem Mathematikunterricht haben einen praktischen Nutzen.                                                             | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Sonstiges:                                                                                                                            |                          |                          |

**FRAGEN ZUM EIGENEN LEHREN**

**(6) Welche Ziele verfolgen Sie hauptsächlich mit Ihrem Mathematikunterricht?**

**(7) Wie oft verwenden Sie folgende Materialien im Mathematikunterricht?**

|                                     | sehr oft                 | gelegentlich             | nie                      |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <b>Schulbuch</b>                    | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Tafel                               | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Overheadprojektor                   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Zeitungen                           | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Gegenstände aus dem Alltag          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Mathematische Modelle               | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Geodreieck/Zirkel/Lineal            | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Computer Algebra Systeme (CAS)      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Dynamische Geometrie Software (DGS) | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Excel, o.ä.                         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Ergänzende Unterrichtsmaterialien   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Sonstiges:                          |                          |                          |                          |

**(8) Wie oft verwenden Sie folgende Unterrichtsformen in Ihrem Mathematikunterricht?**

|                                        | sehr oft                 | gelegentlich             | nie                      |
|----------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Lehrergelenktes Unterrichtsgespräch    | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Schülermoderiertes Unterrichtsgespräch | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Einzelarbeit                           | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Partnerarbeit                          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Gruppenarbeit                          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Projektarbeit                          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Schülerreferate                        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Sonstiges:                             |                          |                          |                          |

**(9) Welche Funktion haben Mathematikaufgaben in Ihrem Unterricht?**

|                                                                   | trifft eher zu           | trifft eher nicht zu     |
|-------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <b>Lösen mathematischer Probleme</b>                              | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Anwenden in außermathematischen Kontexten                         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Einführung neuer Sachverhalte                                     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Übung und Festigung von Rechenverfahren                           | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Entdecken von Zusammenhängen                                      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Transfer bekannter Begriffe und Methoden auf neue Fragestellungen | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Beweisen neuer Sachverhalte                                       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Sonstiges:                                                        |                          |                          |

---

**(10) (a) Wie oft geben Sie Hausaufgaben?**

|                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| nach fast jeder Stunde   | einmal in der Woche      | fast nie                 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**(b) Wie oft vergleichen Sie Hausaufgaben in Ihrem Mathematikunterricht?**

|                          |                                  |                          |
|--------------------------|----------------------------------|--------------------------|
| fast immer               | nur auf Nachfrage/ bei Problemen | fast nie                 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>         | <input type="checkbox"/> |

**(c) Wann werden Hausaufgaben in Ihrem Unterricht besprochen?**

|                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| zu Beginn der Stunde     | mitten in der Stunde     | Sonst:                   |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**(10) Beschreiben Sie eine für Sie spannende Unterrichtssituation.**

**FRAGEN ZUM LERNEN DER SCHÜLERINNEN UND SCHÜLER**

**(11) (a) Wie lernen Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht Ihrer Erfahrung nach am effektivsten?**

**(b) Gibt es da nach Ihrer Einschätzung geschlechtsspezifische Unterschiede? Wenn ja, welche?**

**(12) In welchen Bereichen liegen im Mathematikunterricht Ihrer Erfahrung nach hauptsächlich die Schwierigkeiten Ihrer Schülerinnen und Schüler?**

**(13) Wie sieht Ihrer Erfahrung nach der Mathematikunterricht aus, den die meisten Ihrer Schülerinnen und Schüler wollen?**

---

## **FRAGEN ZUM SINUS-PROJEKT**

- (14) Seit wann sind Sie am SINUS-Projekt beteiligt?**
- (15) Was hat Sie dazu bewegt, sich am SINUS-Projekt zu beteiligen?**
- (16) In welcher Art und Weise sind Sie am SINUS-Projekt beteiligt?**
- (17) Welche Erwartungen knüpfen Sie bezüglich der Unterrichtsgestaltung an das SINUS-Projekt?**
- (18) Hat die Zusammenarbeit innerhalb des Mathematikkollegiums Einfluss auf Ihren Mathematikunterricht? Wenn ja, nennen Sie konkrete Beispiele.**

## **KOMMENTARE ZUM FRAGEBOGEN**

|  |
|--|
|  |
|--|

© SINUS-Hamburg

## ANHANG 2: Kodes zu Lehrerkonzeptionen vom WESEN der MATHEMATIK

### - Statisch/System -

#### FORMAL

##### *formale Bezeichnungen für Mathematik*

- Wissenschaft
- Philosophie, Geisteswissenschaft, Kulturgut
- Prinzip
- Sprache
- Theorie
- Struktur
- formales System
- Gedankengebäude
- Denkanleitung

##### *formale Prinzipien für Mathematik*

- Logik
- Abstraktheit
- Universalität
- Wertfreiheit
- Formalität
- Systematik
- formale Ästhetik
- formaler Selbstbezug

##### *formale Mathematisierung*

- deduktives Schlussfolgern
- Beweisen (im Sinne von Falsifizieren)
- Falsifizieren
- logisches Denken
- Strukturieren, Ordnen

#### SCHEMA

##### *schematische Bezeichnungen für Mathematik*

- Zahlen
- Zahlenspiel
- Formen
- Aussagen
- Gesetzmäßigkeiten
- Gesetze
- Hilfsmittel
- Handwerk
- Werkzeug
- Gleichungen
- Vorschrift
- Formeln

##### *schematische Prinzipien für Mathematik*

- Eindeutigkeit (1)

##### *schematische Mathematisierung*

- Rechnen (7)
- eindeutiges Lösen (1)
- Handwerkzeug erlernen
- zahlenmäßiges Erfassen
- Nachvollziehen (statisch allgemein)

### - Dynamisch/Prozess -

#### PROZESS

##### *prozessurale Bezeichnungen für Mathematik*

- Prozess
- Strategie

##### *prozessurale Prinzipien für Mathematik*

- Kreativität

##### *prozessurale Mathematisierung*

- (innermathematisches) Problemlösen
- Entwickeln
- Knobeln
- Entdecken
- Begründen
- Transfer
- Skizzieren
- Problemanalysieren
- innermathematische Zusammenhänge herstellen
- Mathematisieren
- (induktives) Schlussfolgern
- Strategie entwickeln
- Entscheiden
- systematisches Herangehen
- logisch induktives Denken

#### ANWENDUNG

##### *anwendungsorientierte Bezeichnungen für Mathematik*

- (außermathematisches) Hilfsmittel
- Hilfsmittel (Alltag)

##### *Anwendungsorientiertes Mathematisieren*

- Modellieren
- (außermathematisches) Anwenden

- realitätsbezogenes Problemlösen
- alltagsbezogenes Problemlösen
- außermathematisches  
Problemlösen
- Realitätsbezüge finden, erkennen
- außermathematischer        Bezug  
finden, erkennen
- Lebensraum durchdringen
- Bewältigen        von        Alltag,  
Entscheidungshilfe für Alltag

## **ANHANG 3: Kodes zu Lehrerkonzeptionen für Bedeutungsbereiche und -funktionen von Mathematik**

### **Wichtig für (Bereiche) ...**

- Wissenschaft insgesamt
- Wissenschaftliche Teilbereiche
- Gesellschaft insgesamt
- Bildungssystem (Vermittlung-, Erziehungssystem)
- Alltag

verantwortungsvolles Denken

Denken

Grundlage

Lebensstandard

Fortschritt

legitimationsfrei

### **Wichtig als (Funktionen) ...**

#### **dynamische Kategorien**

##### *- Prozess*

- Problemlösen
- systematisches Herangehen
- Begründen

##### *- Anwendung*

##### Alltagsbezug

- außermathematisches Problemlösen
- Modellierung
- Bewältigen von Umweltsituationen

#### **statische Kategorien**

##### ***Formalismus***

- Kulturgut
- Systematik
- Wissenschaft
- Universalität
- Neutralität

##### ***Schema***

- Techniken
- Hilfsmittel
- Grundfertigkeiten
- Zahlen
- Rechenverfahren
- Verfahren
- Rechnen
- Rechenfertigkeiten
- Eindeutigkeit

sonst:

## **ANHANG 4: Kodes zu Lehrerkonzeptionen vom Wesen der Mathematik im Mathematikunterricht**

### **Formalismus**

- logischer Aufbau
- Struktur
- Systematik
- Klarheit (im Sinne von klares logische-richtiges System)
- Eindeutigkeit (im Sinne von logisch eindeutiges System)
- Strenge
- Abstraktheit
- Präzision, Genauigkeit
- Neutralität
- unemotional
- Logik
- strukturiertes Denken
- Überprüfbarkeit der Aussagen
- Falsifikation

### **Formalismus-negativ**

- zu abstrakt, zu theoretisch

### **Schema**

- Aussagenform
- Einkleidungen
- einfache Struktur
- Zahlen
- Formeln
- Gesetzmäßigkeit
- Regeln
- Vereinbarungen
- bekannte Rechenverfahren
- Eindeutigkeit (des Ergebnisses, der Lösung)
- Eindeutige Begriffe
- Eindeutigkeit des Modells
- Klarheit (im Sinne von Eindeutigkeit des Ergebnisses)
- Klarheit des Lösungsweges
- Klarheit der Rechenverfahren

### **Prozess**

- Vielfalt der Lösungswege
- strategisch
- Argumentieren
- Problemlösen
- räumliches Denken

### **Anwendung**

- Praxisbezug
- Alltagsbezug
- Realitätsbezug
- Anwendung
- Modellierung
- Interpretation

### **Anwendung-negativ**

- ohne Praxisbezug
- Selbstbezug

### **Sonst:**

Themenvielfalt  
kein Unterschied  
innermathematische Vernetzung (???)  
keine innermathematische Vernetzung  
(zwischen Teilgebieten)  
aufeinanderbauend innerhalb eines Gebietes  
Komplexität  
Notwendigkeit von Basiswissen

---

## **ANHANG 5: Kodes zu Lehrerkonzeptionen von Zielen im Mathematikunterricht**

### **Formalismus**

- Erlernen logisch konsequenter Denkfolgen
- klare Strukturen
- formal logisches Beweisen
- Sauberkeit

### **Schema**

- Sicherheit in Rechenverfahren, Lösungsverfahren
- Lösen durch Anwenden von Formeln
- Handwerk
- zahlenmäßiges Erfassen
- Rechnen
- Kenntnisse von Zahlen
- Begriffe lernen
- Wissen anhäufen
- geometrisches Zeichnen, Geometrie
- (Grundwissen erwerben, anwenden)

### **Prozess**

- strategisches Denken
- Diskutieren
- Entdecken (von Zusammenhängen)
- Problemlösen

- Vielfalt der Herangehensweise kennen lernen
- Kreativität
- Problemlösen
- Begründen (von Lösungswege)
- Mathematisieren
- (Vorrang des Lösungsweges vor Ergebnis)
- produktiver Fehlerumgang
- Problemlösekompetenz erwerben
- Eigene Lösungswege finden
- Ausprobieren
- Problemstellungen selbst finden
- Verstehen
- Selbständiges Lernen/ Denken

### **Anwendung**

- alltagsbezogenes Anwenden
- Alltagsprobleme erkennen, verstehen, lösen
- (spätere Alltagsbewältigung)
- realitätsbezogene Problemlösen
- Realitätsbezüge erkennen
- Realitätsbewältigung
- Modellieren
- Verstehen von Wirklichkeit (durch Mathematik)
- Transfer von Anwendungsbeispielen auf Wirklichkeit

| Leitfragen                                                                                                                                                                                                              | Themenfelder für Nachfragen                                                                                                                                                                                     | Themenfokus, kurze Erläuterungen                                                                                                                                                              |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Eröffnung:</b><br/>Bedanken für Interviewbereitschaft als Unterstützungsleistung meiner Staatsexamensarbeit, Vorstellen der Gliederung, expliziter Hinweis der Antwortmöglichkeit an konkreten Beispielen (?)</p> |                                                                                                                                                                                                                 | <p>Angenehme Gesprächsatmosphäre schaffen: Weg von Evaluationsgedanken zur Helferposition des/der Befragten, Rolle der Interviewerin herausstellen, thematischen Eckpunkte des Interviews</p> |
| <p><b>1. Teil: Allgemeine Fragen zum Mathematikunterricht</b></p>                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                               |
| <p>Was macht Ihnen am Unterricht des Faches Mathematik besonders Spaß?</p>                                                                                                                                              | <p>Was gefällt Ihnen daran nicht?</p>                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                               |
| <p>Was macht für Sie einen guten Mathematikunterricht aus?</p>                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                 | <p><u>Wesen MU (positiv)</u></p>                                                                                                                                                              |
| <p>In welcher Rolle/Funktion sehen Sie sich (dabei) als Mathematiklehrerin bzw. als Mathematiklehrer in Ihrem Unterricht?</p>                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                 | <p><u>Selbstverständnis</u></p>                                                                                                                                                               |
| <p>Mal unabhängig von Lehrplänen, etc. ... gibt es etwas, das Ihre SchtlerInnen und Schtler unbedingt von Ihnen lernen sollen?</p>                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                 | <p><u>Persönliche Ziele</u></p>                                                                                                                                                               |
| <p><b>2. Teil: Fragen zu Mathematikaufgaben</b><br/>Unter Mathematikaufgaben werden ganz allgemein all jene Fragestellungen verstanden mit denen sich die SchülerInnen selbstständig auseinanderzusetzen müssen</p>     |                                                                                                                                                                                                                 | <p><b>Fokussierung auf Mathematikaufgaben einhalten!!!</b></p>                                                                                                                                |
| <p>Welche Ziele verbinden Sie konkret mit Mathematik-Aufgaben?</p>                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                 | <p><u>Lehr-Lern-Ziele, Übergang: Ziele MU / M-Aufgaben</u></p>                                                                                                                                |
| <p>Wenn Sie jetzt an Ihren Unterricht denken, beispielsweise in Ihrer 7./8. Klasse, welche Funktionen haben da Aufgaben? (Eröffnen, etc.)</p>                                                                           | <p>Konkrete Beispiele?</p>                                                                                                                                                                                      | <p><u>Didaktische Funktionen</u></p>                                                                                                                                                          |
| <p>Welche Rolle/ welchen Stellenwert haben Aufgaben in Ihrem Unterricht?</p>                                                                                                                                            | <p>Würden Sie sagen, dass es Aufgaben sind, die primär Ihrem Unterricht strukturieren – oder sind Aufgaben in Ihrem Unterricht eher sekundär, und stehen im Dienste beispielsweise stoffinhaltlicher Ziele?</p> | <p><u>Stellenwert</u></p>                                                                                                                                                                     |
| <p>In welchem Zusammenhang stehen Aufgaben in Ihrem Unterricht? (Zu anderen Aufgaben? Zum Stoffinhalt? ...)</p>                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                 | <p><u>Zusammenhang (Aufgabensysteme?)</u></p>                                                                                                                                                 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Wie sieht für Sie eine „gute“ Herangehensweise von Schülern an Aufgaben aus?<br><br>Es gibt sicherlich auch Aufgabenbearbeitungen von Schülern, in die Sie korrigierend eingreifen...                                                                                                                            | Bearbeitungsformen?<br><br>(Wann?), Verhalten bei Fehlern?                                                                                                                                                    | <u>Bearbeitungsweisen</u><br><br>Fehlervverständnis, inhaltlicher Übergang zu SINUS (Fehlermodul)                                                              |
| <b>3. Teil: Aufgabenbezogene Fragen zu SINUS</b><br><br>Eines der zentralen Inhalte des SINUS-Projektes ist es die Aufgabenkultur in Deutschland zu verändern. Wie stehen Sie dazu?<br><br>Wie sehen für Sie „offene Aufgaben“ aus?<br><br>Haben Sie Erfahrungen im Umgang mit offenen Aufgaben?                 | Problembewusstsein, Verhältnis zu SINUS, Verständnis von SINUS-Zielen (offene Aufgaben)<br><br><br>(Zielsetzungen, Bearbeitungsformen, etc.)<br><br>Konkrete Beispiele<br>(((Wie kann man Aufgaben öffnen?))) |                                                                                                                                                                |
| <b>4. Teil: Abschließende Fragen</b><br><br>Wenn Sie abschließend zusammenfassen: Was sind für Sie die wesentlichen Merkmale einer - guten - Mathematikaufgabe?<br><br>Wie haben Sie sich bei dem Interview gefühlt?<br>Realistisches Bild?<br>Möchten Sie noch was ergänzen/ Haben Sie noch eine Frage an mich? |                                                                                                                                                                                                               | Angenehmen Ausklang finden, Einschätzung der/des Interviewten<br>Wesen von Mathematikaufgaben (positiv), inhaltlicher Abschluss<br><br>Ausklang des Interviews |

---

## ANHANG 7

### FRAGEN ZUR MATHEMATIK UND ZUM MATHEMATIKUNTERRICHT - Endbefragung

Zahlencode:

---

Alter:

Geschlecht:

m ☐ w ☐

Anzahl bisher unterrichteter Schuljahre:

Studierte Fächer:

Schulstufe, in der schwerpunktmäßig unterrichtet wird:

Schwerpunktmäßig unterrichtete Schulform:

#### FRAGEN ZUR MATHEMATIK

(1) Beschreiben Sie in einigen Worten, was für Sie "Mathematik" ist?

(2) Welche Bedeutung hat Mathematik Ihrer Meinung nach für diese Gesellschaft?

(3) Nennen Sie möglichst drei oder mehr Probleme aus Ihrem derzeitigen Alltag, zu deren Lösung Sie Ihre Mathematikkenntnisse heranziehen würden. Die Probleme sollen so konkret wie möglich bezeichnet werden.

## FRAGEN ZUM MATHEMATIKUNTERRICHT

**(4) Worin unterscheidet sich Ihrer Meinung nach das Fach Mathematik von anderen Unterrichtsfächern?**

**(5) Was sind Ihrer Meinung nach die wesentlichen Merkmale einer mathematischen Aufgabe aus der Schule?**

|                                                                                                                                       | trifft eher zu           | trifft eher nicht zu     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <b>Jede schulische Mathematikaufgabe hat eine eindeutige Lösung.</b>                                                                  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Mathematische Aufgaben mit Realitätsbezug sind häufig zu komplex, so dass sie nicht für die Schule verwendbar sind.                   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Mathematische Aufgaben können auf verschiedenen Wegen richtig gelöst werden.                                                          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Manche Mathematikaufgaben aus der Schule haben Ergebnisse, von denen keiner sagen kann, ob sie richtig oder falsch sind.              | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Fast alle Mathematikaufgaben aus der Schule können durch direkte Anwendung von bekannten Regeln, Formeln und Verfahren gelöst werden. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Manche Aufgaben im Mathematikunterricht können nur gelöst werden, indem man benötigte Zahlen schätzt oder eigene Daten erfasst.       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Es gibt Mathematikaufgaben aus der Schule, die einen Bezug zum Leben haben.                                                           | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Mathematikaufgaben sollten mit Verfahren gelöst werden können, die im Unterricht kürzlich besprochen worden sind.                     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Entscheidend für eine mathematische Aufgabe ist es, am Ende ein richtiges Ergebnis zu erhalten.                                       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Um eine Mathematikaufgabe zu lösen, gibt es zumeist nur einen einzigen richtigen Lösungsweg.                                          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Die Aufgaben aus dem Mathematikunterricht haben einen praktischen Nutzen.                                                             | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Sonstiges:                                                                                                                            |                          |                          |

## FRAGEN ZUM EIGENEN LEHREN

**(6) Welche Ziele verfolgen Sie hauptsächlich mit Ihrem Mathematikunterricht?**

**(7) Wie oft verwenden Sie folgende Materialien im Mathematikunterricht?**

|                                     | sehr oft                 | gelegentlich             | nie                      |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <b>Schulbuch</b>                    | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Tafel                               | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Overheadprojektor                   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Zeitungen                           | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Gegenstände aus dem Alltag          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Mathematische Modelle               | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Geodreieck/Zirkel/Lineal            | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Computer Algebra Systeme (CAS)      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Dynamische Geometrie Software (DGS) | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Excel, o.ä.                         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Ergänzende Unterrichtsmaterialien   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Sonstiges:                          |                          |                          |                          |

**(8) Wie oft verwenden Sie folgende Unterrichtsformen in Ihrem Mathematikunterricht?**

|                                        | sehr oft                 | gelegentlich             | nie                      |
|----------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Lehrergelenktes Unterrichtsgespräch    | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Schülermoderiertes Unterrichtsgespräch | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Einzelarbeit                           | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Partnerarbeit                          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Gruppenarbeit                          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Projektarbeit                          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Schülerreferate                        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Sonstiges:                             |                          |                          |                          |

**(9) Welche Funktion haben Mathematikaufgaben in Ihrem Unterricht?**

|  | trifft eher zu | trifft eher nicht zu |
|--|----------------|----------------------|
|  |                |                      |

|                                                                   |                          |                          |
|-------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <b>Lösen mathematischer Probleme</b>                              | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Anwenden in außermathematischen Kontexten                         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Einführung neuer Sachverhalte                                     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Übung und Festigung von Rechenverfahren                           | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Entdecken von Zusammenhängen                                      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Transfer bekannter Begriffe und Methoden auf neue Fragestellungen | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Beweisen neuer Sachverhalte                                       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Sonstiges:                                                        |                          |                          |

**(10) (a) Wie oft geben Sie Hausaufgaben?**

|                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| nach fast jeder Stunde   | einmal in der Woche      | fast nie                 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**(b) Wie oft vergleichen Sie Hausaufgaben in Ihrem Mathematikunterricht?**

|                          |                                  |                          |
|--------------------------|----------------------------------|--------------------------|
| fast immer               | nur auf Nachfrage/ bei Problemen | fast nie                 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>         | <input type="checkbox"/> |

**(c) Wann werden Hausaufgaben in Ihrem Unterricht besprochen?**

|                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| zu Beginn der Stunde     | mitten in der Stunde     | Sonst:                   |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**(11) Beschreiben Sie eine für Sie spannende Unterrichtssituation.**

**FRAGEN ZUM LERNEN DER SCHÜLERINNEN UND SCHÜLER**

**(12) (a) Wie lernen Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht Ihrer Erfahrung nach am effektivsten?**

**(b) Gibt es da nach Ihrer Einschätzung geschlechtsspezifische Unterschiede? Wenn ja, welche?**

---

**(13) In welchen Bereichen liegen im Mathematikunterricht Ihrer Erfahrung nach hauptsächlich die Schwierigkeiten Ihrer Schülerinnen und Schüler?**

**(14) Wie sieht Ihrer Erfahrung nach der Mathematikunterricht aus, den die meisten Ihrer Schülerinnen und Schüler wollen?**

**(15) Welches Schulbuch verwenden Sie im Mathematikunterricht?**

#### **FRAGEN ZUM SINUS-PROJEKT**

**(16) Seit wann sind Sie am SINUS-Projekt beteiligt?**

**(17) Was hat Sie dazu bewegt, sich am SINUS-Projekt zu beteiligen?**

**(18) In welcher Art und Weise sind Sie am SINUS-Projekt beteiligt?**

**(19) Welche Erwartungen knüpfen Sie bezüglich der Unterrichtsgestaltung an das SINUS-Projekt?**

**(20) In wie weit hat das SINUS-Projekt Ihren Unterricht beeinflusst?**

---

**(21) Welche der SINUS-Module haben Sie versucht umzusetzen?**

**(22) Hat die Zusammenarbeit innerhalb des Mathematikkollegiums Einfluss auf Ihren Mathematikunterricht? Wenn ja, nennen Sie konkrete Beispiele.**

**KRITIK AM SINUS-PROJEKT**

|  |
|--|
|  |
|--|

**KOMMENTARE ZUM FRAGEBOGEN**

|  |
|--|
|  |
|--|

---

## **ANHANG 8: Tabelle mit den Veränderungen in Absolutzahlen**

### **MATHEMATIK**

#### **Veränderung (1. Nennung)**

|                            |  |    |
|----------------------------|--|----|
| keine                      |  | 20 |
| von Schema zu Anwendung    |  | 1  |
| von Formalismus zu Prozess |  | 1  |
| von Anwendung zu Schema    |  | 1  |
| keine Kategorisierung      |  | 6  |

#### **Veränderung (mit 2. Nennung)**

|                                         |  |    |
|-----------------------------------------|--|----|
| keine                                   |  | 11 |
| zusätzlich Anwendung                    |  | 4  |
| stärkerer Anwendungsbezug               |  | 3  |
| nicht mehr zusätzlich Anwendung         |  | 1  |
| nicht mehr zusätzlich Prozess           |  | 1  |
| nicht mehr zusätzlich Formalismus       |  | 1  |
| von Formalismus zu Prozess, Formalsimus |  | 1  |
| von Anwendung zu Schema, Anwendung      |  | 1  |

### **MATHEMATIKUNTERRICHT (Gegenstand)**

#### **Veränderung (1. Nennung)**

|                          |  |    |
|--------------------------|--|----|
| keine                    |  | 19 |
| von Schema zu Anwendung  |  | 1  |
| von Prozess zu Anwendung |  | 1  |
| keine Kategorisierung    |  | 8  |

---

### **Veränderung (mit 2. Nennung)**

|                           |  |    |
|---------------------------|--|----|
| keine                     |  | 15 |
| zusätzlich Anwendung      |  | 3  |
| stärkerer Anwendungsbezug |  | 1  |
| von Schema zu Anwendung   |  | 1  |
| von Prozess zu Anwendung  |  | 1  |

### **ZIELE VON MU (1.Nennung)**

|                            |  |    |
|----------------------------|--|----|
| keine                      |  | 10 |
| von Schema zu Anwendung    |  | 3  |
| von Formalismus zu Prozess |  | 2  |
| von Prozess zu Anwendung   |  | 1  |
| von Anwendung zu Prozess   |  | 2  |
| keine Kategorisierung      |  | 11 |

### **ZIELE VON MU (2.Nennung)**

|                              |  |    |
|------------------------------|--|----|
| keine                        |  | 14 |
| von Anwendung zu Prozess     |  | 1  |
| von Formalismus zu Anwendung |  | 1  |
| nicht mehr Anwendung         |  | 1  |

### **MATHEMATIKUNTERRICHT (LERNEN)**

|                           |  |    |
|---------------------------|--|----|
| keine                     |  | 18 |
| von Statisch zu Dynamisch |  | 3  |
| keine Kategorisierung     |  | 8  |

---

## SCHÜLERBILD

### Gegenstand

|                         |  |   |
|-------------------------|--|---|
| keine                   |  | 4 |
| von Schema zu Anwendung |  | 1 |
| von Anwendung zu Schema |  | 2 |

### Lernen / Lehren

|                       |  |    |
|-----------------------|--|----|
| keine                 |  | 11 |
| Statisch zu Dynamisch |  | 2  |
| Dynamisch zu Statisch |  | 2  |

### Lehren

|                       |  |    |
|-----------------------|--|----|
| keine                 |  | 16 |
| Dynamisch zu Statisch |  | 1  |
| Statisch zu Dynamisch |  | 1  |
| -                     |  | 11 |

---

## ANHANG 9: Interviewleitfaden für die Endinterviews

### Leitfragen

### Nachfragen

#### Teil I: Fragen zur Innovationsbereitschaft

Eines der inhaltlichen Schwerpunkte von SINUS ist die Weiterentwicklung der Aufgabenkultur im Mathematikunterricht. Wie stehen Sie dazu?

In wie weit sehen Sie eine Notwendigkeit in der Veränderung von Unterrichtsmethoden / Unterrichtsmaterialien?

#### Teil II: Fragen zu Realitätsbezügen

Welchen Stellenwert haben realitätsbezogene Beispiele und Aufgaben in Ihrem Mathematikunterricht?

Welche Funktionen besitzen realitätsbezogene Beispiele und Aufgaben in Ihrem Mathematikunterricht?

Gibt es Themenbereiche der Schulmathematik, die sich besonders für Realitätsbezüge eignen?

Was zeichnet Ihrer Meinung nach eine realitätsbezogene Aufgabe bzw. ein realitätsbezogenes Beispiel aus?

Welche Ziele verfolgen Sie mit realitätsbezogenen Beispielen und Aufgaben?

Können Sie ein Beispiel für eine realitätsbezogene Aufgabe aus Ihrem Mathematikunterricht beschreiben?

Wie haben Sie die Aufgabe methodisch umgesetzt?  
Welche Ziele haben Sie mit dieser Aufgabe angestrebt?

---

Können Sie eine in letzter Zeit behandelte realitätsbezogene Aufgabe skizzieren?

Haben Sie realitätsbezogene Aufgaben behandelt, die Sie sich selbst ausgedacht haben?

Können Sie ein Beispiel für eine anspruchsvolle und komplexe realitätsbezogene Aufgabe aus Ihrem Mathematikunterricht beschreiben?

Welche Probleme sehen Sie in Hinsicht auf realitätsbezogene Beispiele und Aufgaben?

(Aufgabe wird vorgelegt)

Können Sie sich vorstellen, diese Aufgabe in Ihrem Mathematikunterricht zu behandeln?

**(falls ja)** Könnten Sie ein paar Ideen skizzieren, wie Sie es in Ihrem Unterricht umsetzen würden?

Können Sie abschließend die Argumente zusammenfassen, die für / gegen einen Realitätsbezug in Ihrem Mathematikunterricht sprechen?

**(falls nein)** Warum nicht?

Welche Unterrichtsmethoden haben Sie verwendet?

Was sollten die Schülerinnen und Schüler bei dieser Aufgabe lernen?

Wie sind sie bei der Umsetzung der Aufgabe vorgegangen?

Welche Ziele haben Sie mit dieser Aufgabe verfolgt?

Wie haben Sie die Aufgabe methodisch umgesetzt?

Welche Funktion hatte diese Aufgabe?

Welche Konsequenzen ziehen Sie aus diesen Problemen?

Wie würden Sie die Aufgabe methodisch umsetzen? Welche Lernziele könnten mit dieser Aufgabe erreicht werden?

Die Annahme bei PISA ist, dass zur mathematischen Grundbildung die Fähigkeit gehört, Mathematik in Umwelt und Alltag anzuwenden.

### Teil III: Fragen zur Mathematik und zu Lehr-Lern-Formen

Was macht Ihnen an Mathematik Spaß?

Welche Ziele verfolgen Sie in Ihrem Mathematikunterricht?

---

Welche Unterrichtsformen verwenden Sie in  
Ihrem Unterricht am häufigsten?

Wie lernen Ihrer Ansicht nach Schülerinnen  
und Schüler am effektivsten Mathematik?

Stellen Sie sich vor, dass Sie beauftragt  
werden, eine Definition von Mathematik für  
ein neues Lexikon zu verfassen. Was  
würden Sie schreiben?

Warum?

## Vorgelegte Aufgabe

### AUFGABE 5

### Messen, Schätzen, Rechnen



Das Adenauer-Denkmal vom Künstler Hubertus von Pilgrim

### Kanzler-Kopf

Dieses Denkmal steht am Bundeskanzlerplatz in Bonn.

Es zeigt den Kopf von Konrad Adenauer (1876–1967), der von 1949 bis 1963 erster Bundeskanzler der Bundesrepublik Deutschland war.

- Wie groß müsste wohl ein entsprechendes Denkmal sein, wenn es Adenauer „von Kopf bis Fuß“ in demselben Maßstab darstellen soll?

Zum Vergleich: Die berühmte New Yorker Freiheitsstatue misst etwa 46 m vom Fuß bis zur Fackelspitze. Sie steht auf einem hohen Sockel, der an der Basis die Form eines elfzackigen Sterns hat.

